

はじめに

GPS 測位において取り除くことが困難な誤差要因として、表題にあるマルチパスとノイズが挙げられる。特に受信機のノイズは電子回路の熱雑音に大きく依存しているものであり、GPS 受信機が電子回路のかたまりである限り完全にゼロにすることは無理であろう。マルチパスについては、この誤差をできるだけ低減させる受信機が 1990 年代に数多く開発され、現在では short-delay multipath (遅延距離で言うと、20m ~ 30m 以内の遅れのマルチパス) を低減させる技術を生み出すことが最新の課題となっている。最新の GPS 受信機とアンテナを使用し、適切なアンテナ設置を心がければ、コードマルチパスで 1m 以内、搬送波位相マルチパスで 1cm 以内を保つことは容易であると思われる。ただしマルチパス対策を施していない GPS 受信機やアンテナ等を使用する場合は依然としてマルチパス誤差が大きく、測位に多大な悪影響を与えることを避けることができない。

本稿では、コードのマルチパスとノイズについて、実際の観測値からそれらの特徴を観察する方法を示し、さらに理論的な側面からの説明を補足した。

A4.1 コードのマルチパスとノイズの概観 [1]

はじめに、GPS 信号におけるマルチパスとノイズについての概観を得るために、L1 帯 C/A コードの擬似距離の式 (1) と L1 及び L2 帯における搬送波位相の式 (2) (3) を以下に記述し、簡単な式変形を行うことにより、マルチパスとノイズによる効果分を取り出してみることにする。

$$P_1 = \rho + c(dt - dT) + d_{ion} + d_{trop} + mp_{P_1} + noise_{P_1} \quad (1)$$

$$\phi_1 = \rho + c(dt - dT) + \lambda_1 N_1 - d_{ion_1} + d_{trop} + mp_{\phi_1} + noise_{\phi_1} \quad (2)$$

$$\phi_2 = \rho + c(dt - dT) + \lambda_2 N_2 - d_{ion_2} + d_{trop} + mp_{\phi_2} + noise_{\phi_2} \quad (3)$$

ここで、 ρ は衛星と受信機のアンテナ間における真の幾何学的距離、 c は真空中の光速、 dt は GPS 時刻からの衛星時計のオフセット、 dT は GPS 時刻からの受信機時計のオフセット、 N は整数値バイアス、 d_{ion} は電離層による遅延量、 d_{trop} は対流圏による遅延量、 mp はマルチパスによる効果、 $noise$ は受信機によるノイズを示している。

ここで電離層遅延量において成立している以下の式 (4) を利用すると、

$$d_{ion_2} = d_{ion_1} \frac{f_1^2}{f_2^2} \quad (4)$$

L1 帯における電離層遅延量は L1 帯と L2 帯の搬送波位相の差から計算することができる。

$$\phi_2 - \phi_1 = d_{ion_1} - d_{ion_2} + \lambda_2 N_2 - \lambda_1 N_1 + mp_{\phi_2} - mp_{\phi_1} + noise_{\phi_2} - noise_{\phi_1} \quad (5)$$

ここで、少し変形していくと、

$$d_{ion_2} - d_{ion_1} = \phi_1 - \phi_2 + \lambda_2 N_2 - \lambda_1 N_1 + mp_{\phi_2} - mp_{\phi_1} + noise_{\phi_2} - noise_{\phi_1} \quad (6)$$

$$d_{ion_1} \frac{f_1^2}{f_2^2} - d_{ion_1} = \phi_1 - \phi_2 + \lambda_2 N_2 - \lambda_1 N_1 + mp_{\phi_2} - mp_{\phi_1} + noise_{\phi_2} - noise_{\phi_1} \quad (7)$$

よって、 d_{ion_1} は次のようになる。

$$d_{ion_1} = \left(\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \right) \cdot (\phi_1 - \phi_2 + \lambda_2 N_2 - \lambda_1 N_1 + mp_{\phi_2} - mp_{\phi_1} + noise_{\phi_2} - noise_{\phi_1}) \quad (8)$$

$$d_{ion_1} = 1.5457 \cdot (\phi_1 - \phi_2) + 1.5457 \cdot (\lambda_2 N_2 - \lambda_1 N_1 + mp_{\phi_2} - mp_{\phi_1} + noise_{\phi_2} - noise_{\phi_1}) \quad (9)$$

この L1 帯における電離層遅延量は L1 帯の搬送波位相だけでなく、C/A コードにおける

擬似距離の測定値を補正するために使用することができる。さらに、電離層遅延量を補正した擬似距離から電離層遅延量を補正した搬送波位相を引くと次のようになる。

$$\begin{aligned} (P_1 - d_{ion_1}) - (\phi_1 + d_{ion_1}) &= \rho + c(dt - dT) + d_{trop} + mp_{P_1} + noise_{P_1} \\ &\quad - \left[\rho + c(dt - dT) + \lambda_1 N_1 + d_{trop} + mp_{\phi_1} + noise_{\phi_1} \right] \quad (10) \\ &= mp_{P_1} + noise_{P_1} - \lambda_1 N_1 - mp_{\phi_1} - noise_{\phi_1} \end{aligned}$$

実際には、我々は搬送波位相の正確な整数値バイアスの値を簡単に知ることはできないので、 d_{ion_1} を計算することはできない。しかし、搬送波位相の整数値バイアス、マルチパス及びノイズを含んだ電離層遅延量を計算することは可能である。

$$d_{ion_1}^* = \left(\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \right) \cdot (\phi_1 - \phi_2) = 1.5457 \cdot (\phi_1 - \phi_2) \quad (11)$$

上記のバイアス等を含んだ電離層遅延量は $d_{ion_1}^*$ で表されている。図 1 に 27 番衛星の搬送波位相から (11) 式を使用して計算した値を示す。なお、取得時に用いた受信機は 2 周波のノバテル社製 OEM3 で、アンテナは JAVAD 製チョークリング。なお後の解析で使用するため、同じアンテナからケーブルを分岐し、2 台の OEM3 (基準 1 と基準 2 とする) でデータを取得した。取得場所は東京海洋大学の屋上で比較的障害物の少ないところである。取得日時は 2003 年 10 月 22 日の午後 (日本時間) である。以下の解析で利用するデータは全てここに書いたデータであるとする。

ここで式 (5) において、L1 帯と L2 帯の搬送波位相の差ではなく、C/A コードの擬似距離の L1 帯と L2 帯の差を計算した場合を考えると、最終的な式 (9) に相当する式は次のようになる。

$$d_{ion_1}^R = 1.5457 \cdot (P_2 - P_1) + 1.5457 \cdot (mp_{P_1} - mp_{P_2} + noise_{P_1} - noise_{P_2}) \quad (12)$$

上の式 (12) を利用して C/A コードの擬似距離から計算した値を図 1 に重ねて示す。使用した衛星及び時間帯は上の搬送波位相の場合と同じである。

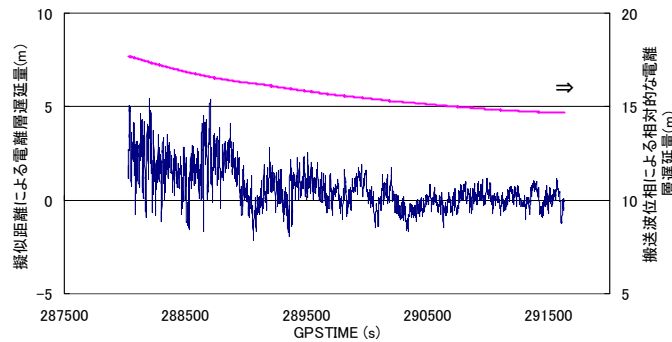


図 1 27 番衛星の電離層遅延量 (擬似距離及び搬送波位相から計算)

図 1 を見ると、擬似距離から計算した電離層遅延量の値には、C/A コードのマルチパスとノイズがのっていることが明らかにわかる。搬送波位相から計算した電離層遅延量の推定値には、整数値バイアスが含まれているが、以下のように式を展開するとどうなるかを考える。L1 帯の擬似距離と搬送波位相をそれぞれ (11) 式の電離層遅延量で補正し、さらにそれらを引くと、

$$\begin{aligned} &\left[P_1 - \left(\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \right) \cdot (\phi_1 - \phi_2) \right] - \left[\phi_1 + \left(\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \right) \cdot (\phi_1 - \phi_2) \right] \\ &= [P_1 - 1.5457 \cdot (\phi_1 - \phi_2)] - [\phi_1 + 1.5457 \cdot (\phi_1 - \phi_2)] \quad (13) \\ &= P_1 - 4.0914\phi_1 + 3.0914\phi_2 \end{aligned}$$

このように導出された式が物理的に何を意味するかを考える。擬似距離と搬送波位相の

元の式(1)から(3)を利用すると、式(13)は以下のように展開される。

$$\begin{aligned}
 & P_1 - 4.0914\phi_1 + 3.0914\phi_2 \\
 &= \rho + c(dt - dT) + d_{ion} + d_{trop} + mp_{P_1} + noise_{P_1} \\
 & - 4.0914[\rho + c(dt - dT) + \lambda_1 N_1 - d_{ion_1} + d_{trop} + mp_{\phi_1} + noise_{\phi_1}] \quad (14) \\
 & + 3.0914[\rho + c(dt - dT) + \lambda_2 N_2 - d_{ion_2} + d_{trop} + mp_{\phi_2} + noise_{\phi_2}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_1 - 4.0914\phi_1 + 3.0914\phi_2 &= mp_{P_1} + noise_{P_1} \\
 & - 4.0914(\lambda_1 N_1 + mp_{\phi_1} + noise_{\phi_1}) \quad (15) \\
 & + 3.0914(\lambda_2 N_2 + mp_{\phi_2} + noise_{\phi_2})
 \end{aligned}$$

上式の結果を導くにあたって、同じシンボルのいくつかのパラメータ(衛星時計のオフセットや受信機時計のオフセット等)は、L1帯とL2帯の擬似距離と搬送波位相において同じものであると仮定している。

ここで、搬送波位相におけるマルチパスとノイズの値が、C/Aコードにおけるマルチパスとノイズの値に比べると、無視できるほど小さいことを考慮すると、式(15)より計算される値は、搬送波位相の整数値バイアス分のオフセットを含んだC/Aコードのマルチパスとノイズを足した値そのものである。図2に式(15)より計算した27番衛星(基準1)のC/Aコードのマルチパスとノイズを示す。ただし搬送波位相による整数値バイアス分は0平均化している。この解析時間内で27番衛星は仰角が13度から32度へと推移していた。図3には同じアンテナから取得した2番目の受信機(基準2)による27番衛星のC/Aコードのマルチパスとノイズを示す。

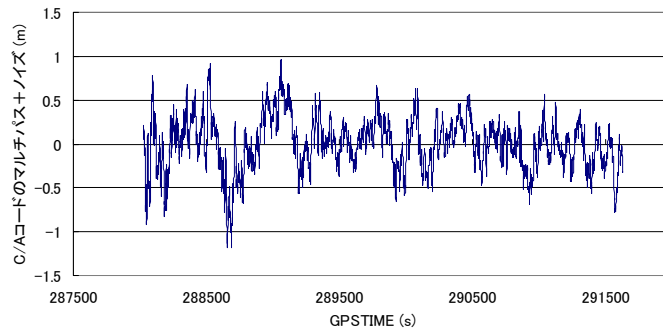


図2 C/Aコードのマルチパスとノイズ(27番衛星、基準1)

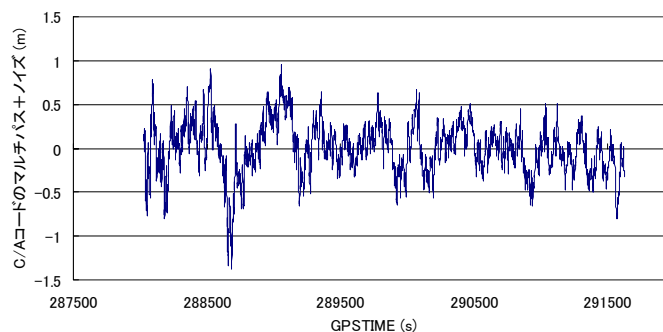


図3 C/Aコードのマルチパスとノイズ(27番衛星、基準2)

基準1及び基準2の受信機は同じアンテナを使用しているため、同じマルチパスを受けているはずである。上の図2と図3を比較すると非常に類似しているため、ここに示されている値は大部分がマルチパスによって支配されていることがわかる。27番衛星におけるマルチパス+ノイズのpeak to peakは約2.3mである。次のA4.2項で受信機のノイズにつ

いて考察する。

A4.2 コードのノイズについて [1]

上の図 2, 3 における 27 番衛星のコードのノイズについて考察するために、基準 1 及び基準 2 における観測値（擬似距離）より二重位相差を計算する。二重位相差についてはここで詳細に述べないが、同じアンテナにつながった 2 つの受信機の観測値より二重位相差をとると、受信機のノイズ以外の誤差成分（衛星及び受信機の時計誤差、衛星位置誤差、電離層遅延量誤差、対流圏遅延量誤差、マルチパス誤差）がほとんど取り除かれる。以下に擬似距離の受信機ノイズを決定するための手順を簡単に示す[2]。

アンテナのスプリッター、同種の GPS 受信機を 2 つ準備する。

各受信機をスプリッターの出力にそれぞれつなぎ、アンテナからのケーブルを入力につなく。各受信機のデータを取得するために PC 等につなく。受信機より取得するデータは各衛星の擬似距離と搬送波位相である。

1 Hz でデータを取得開始する。取得時間は 1 つの衛星の可視期間をカバーするくらいでいい。全時間のデータを約 5 分くらいのデータに分ける。ここで約 5 分ごとのデータで最も仰角の高い衛星を選び、その衛星を基準衛星とする。

擬似距離の二重位相差を計算する。

各データにおける二重位相差の平均値と標準偏差を計算する。平均値は 0 付近になるはずである。

まず基準衛星以外で 60 度以上の衛星が存在すれば、その衛星から計算を開始し、 S_{ref} を求める。 $S_{ref} = S_{DD} / 2$ 。 S_{DD} はここでの二重位相差の標準偏差である。（高仰角衛星からの受信機ノイズが一定であることが知られている）

他の全ての衛星についても次のように計算する。 $S_{sat} = \text{sqr}(S_{DD}^2 / 2 - S_{ref}^2)$

図 4 に 27 番衛星と基準衛星の二重位相差の値を示す。基準衛星は 3 番衛星（仰角 70 度以上）で約 40 分ほどのデータを使用した。上記の方法で計算した 27 番衛星のノイズの標準偏差値は 6.0cm であった。ただし 5 分間のデータではなく、約 40 分間のデータを使用している。ここで注意しなければならないのは、図 4 に示されている二重位相差は 2 つの受信機と 2 つの衛星による値であり、受信機のノイズを求めるには、1 つの受信機による値を求めなければならない点である。上記の方法以外に簡便に受信機のノイズを求めるには、図 4 の二重位相差の標準偏差をまず求め、その値を 2 で割ればいい。なお今回使用したノバテル社製 OEM3 受信機の公表測距誤差（カタログ値、1RMS）は 6.0cm であった。受信機ノイズは、マルチパスや電離層遅延、対流圏遅延そして時計誤差等がないときに、その受信機が測定できる最高の精度を示しているといえる。以上より、受信機のノイズは非常に小さく（10cm 以内）、ほとんどのコードによる測位で問題になるのはマルチパス誤差のほうであることがわかる。

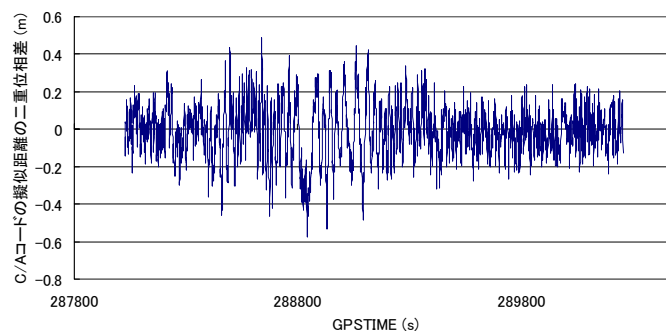


図 4 C/A コードの擬似距離による二重位相差（ゼロベースライン）

A4.3 コードの熱雑音とコードトラッキングループについて [1],[3],[4]

はじめにでも述べたように、GPS 受信機は完璧な装置ではないので観測量の精度にも限界がある。ノイズの中でも最も基本的なものは、絶対温度 0 度以上の温度を持っている様々な物質の中で動いている電子によって生み出されるノイズである。このような電子のランダムな運動によって生み出される電流は熱雑音として知られている。そのノイズのパワーは物質の絶対温度に比例する。この関係は次の式で表現することができる。

$$p = kTB \quad (16)$$

ここで p は熱雑音、 k はボルツマン定数($1.380662 \times 10^{-23} JK^{-1}$)、 T は絶対温度(kelvins)、 B は帯域幅(hertz)である。回路で同じ時刻、場所で測定された受信信号の強さ S とノイズの強さ N との割合は信号強度として知られている。SNR(signal to noise ratio)が大きいほどより信号も大きいことになる。SNR は通常ベースバンドにおける信号(復調後の信号によって占有されている周波数)で作られている。RF や IF においては、通常ノイズに対する信号の強さを記述するために C/N_0 (carrier-to-noise-power-density-ratio)が使われる。これは 1Hz あたりの搬送波電力対雑音電力密度比である。この値は GPS 受信機の性能を測る上で重要なパラメータであり、受信機の擬似距離や搬送波位相の精度にも直結している。以下で、少し長くなるが一般的な GPS 受信機における C/N_0 を概算してみた。

アンテナのゲインや衛星の仰角に応じて多少の違いは存在するが、受信した C/A コードの信号レベルを -160dBW とする。次に雑音の強さを決定するために、GPS 受信システムにおける実効雑音温度を決定する必要がある。ここでいう雑音とは、上記にもあるように電気器具などから発生する人工的なものではなく、天空及び受信装置の中で発生する、主に電子の熱運動に起因するものである。システムの雑音温度とは、受信系全体のシステムにおける熱雑音特性を表す指数みたいなものである。受信系雑音の主なものに、アンテナ雑音、ケーブル損失における雑音、受信機そのものに等価な雑音等がある。これら全ての雑音温度は受信機入力端における値を使用するものとしている。

GPS 受信システムはアンテナによる雑音や受信機内のいくつかのサブシステム雑音を全て含んでいる。一般的なサブシステムのモデルを図 5 に示す。サブシステムはゲイン G を持つものとする。サブシステムの出力における雑音はサブシステム内部雑音と入力した雑音が増幅されたものの和である。

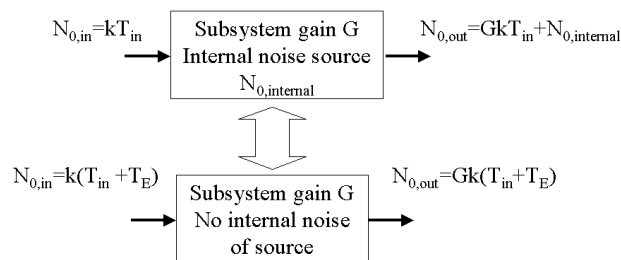


図 5 内部雑音のための 2 つの等価なモデル

ここで、 T_E は内部雑音を入力の実行雑音温度として等価したものである。次に雑音指数について少し説明しておく。雑音指数はシステム全体を通過した後の SNR の低下を表すもので、入力の SNR を出力の SNR で割ったものとして定義される(以下の 17 式参照)。

$$F = \text{noise figure} = \frac{\text{input SNR}}{\text{output SNR}} \quad (17)$$

$$= \frac{P_{S,in} / N_{0,in}}{P_{S,out} / N_{0,out}} = \frac{P_{S,in}}{P_{S,out}} \frac{N_{0,out}}{N_{0,in}} = \frac{1}{G} \frac{(GN_{0,in} + N_{0,internal})}{N_{0,in}} = 1 + \frac{N_{0,internal}}{GN_{0,in}}$$

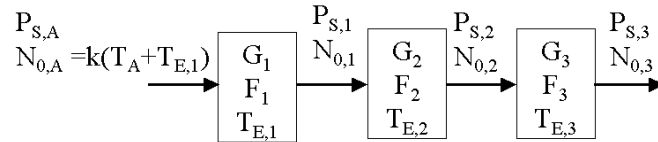
ここで P は雑音に対する信号のパワーを表している。もし内部雑音がなければ、 $F=1$ となり、出力の SNR は入力の SNR と同じになる。もし内部雑音が存在すると、 F は 1 より

大きくなり SNR は低下する。しかしながら、その低下の程度はサブシステムのゲイン G に依存していることが重要である。もし G が高いならば、内部雑音の影響は抑えられ、G が低いと内部雑音の影響を受けることになる。例えば、サブシステムが単にケーブルやフィルターである場合は、実質的なゲインはない（1 未満）ので、SNR は間違いなく低下することになる。雑音指数と実効温度との関係は以下の（18）式のようなになる。

$$F - 1 + \frac{N_{0, \text{internal}}}{GN_{0, \text{in}}} = 1 + \frac{T_E}{T_{in}} \quad (18)$$

入力の雑音が室温である場合、 $F = 1 + T_E / 290$ $T_E = (F - 1)290$

（18）式より、入力の温度が決定していれば、雑音指数と実行雑音温度の関係は 1 対 1 になる。実際の無線機等で使用されるときの入力温度を製造者は知るよしもないが、基本的に、雑音指数は入力温度が 290K（室内温度）であると仮定して計算されている。GPS 受信機において、アンテナから受信機入力端までにコネクタやケーブル、そしてフィルター等も含まれている。これらは全て passive であり信号を増幅することはない。しかしながら、熱雑音は発生する。これらの passive 要素は明らかに SNR を低下させるものである。重要なことは、LNA(low noise amplifier)より前に位置するサブシステムにおける低下を最小限にすることである。図 6 に複数のサブシステムからなる雑音解析の概観を示す。



$$\begin{aligned} P_{S,3} &= G_1 G_2 G_3 P_{S,A} \\ N_{0,1} &= G_1 k(T_A + T_{E,1}) \\ N_{0,2} &= G_1 G_2 k(T_A + T_{E,1}) + G_2 k T_{E,2} \\ N_{0,3} &= G_1 G_2 G_3 k(T_A + T_{E,1}) + G_2 G_3 k T_{E,2} + G_3 k T_{E,3} \quad (19) \\ &= G_1 G_2 G_3 k \left(T_A + T_{E,1} + \frac{T_{E,2}}{G_1} + \frac{T_{E,3}}{G_1 G_2} \right) \\ &= G_1 G_2 G_3 k(T_A + T_R) \\ T_R &= T_{E,1} + \frac{T_{E,2}}{G_1} + \frac{T_{E,3}}{G_1 G_2} \end{aligned}$$

図 6 複数のサブシステムからなる雑音解析

ここで、アンテナは信号電力 $P_{S,A}$ と雑音電力密度 $N_{0,A}$ をサブシステムに送り込み、各々のサブシステムはゲイン又はロスと雑音指数又は実効温度で特徴づけられている。上図の（19）式において、 T_R は受信機全体の実効温度である。最終的な SNR は次の（20）式のようなになる。

$$\frac{P_S}{N_0} = \frac{P_S}{k \left(T_A + T_{E,1} + \frac{T_{E,2}}{G_1} + \frac{T_{E,3}}{G_1 G_2} \right)} = \frac{P_S}{k(T_A + T_R)} \quad (20)$$

（20）式より、アンテナ温度と最初のサブシステムの温度がシステム全体の实効温度に直接影響を与えていることがわかる。後ろのサブシステムにおける雑音の寄与は、より前段階にあるゲインの値によって左右されることがわかる。もし G_1 が十分大きければ、サブシステム 2 と 3 における内部雑音の効果は無視されうる。もし G_2 が最初の大きなゲインであれば、サブシステム 1 と 2 の雑音は重要になり、サブシステム 3 における雑音は減少

される。一般的な受信機システムにおいては、ゲインがシステムを通して散在されており、システム全体における雑音性能の影響は最初のサブシステムの雑音性能によって支配されているといえる。

次に実際の GPS 受信機における雑音解析を行う。表 1 に GPS 受信機の front-end における要素の典型的な代表値を示す。図 7 には GPS 受信機の front-end における雑音解析の概観を示す。

表 1 GPS 受信機の front-end における要素の典型的な代表値

	Cable and filter that precede LNA	Low-noise-amplifier (LNA)	Cable that follows LNA
Gain	0.8=-1dB	100=20dB	0.1=-10dB
Loss	1.26=1dB	0.01=-20dB	10=10dB
Noise Figure F	1.26=1dB	2=3dB	10=10dB
Effective temperature $T_E=(F-1)290$	75.4K	290K	2610K

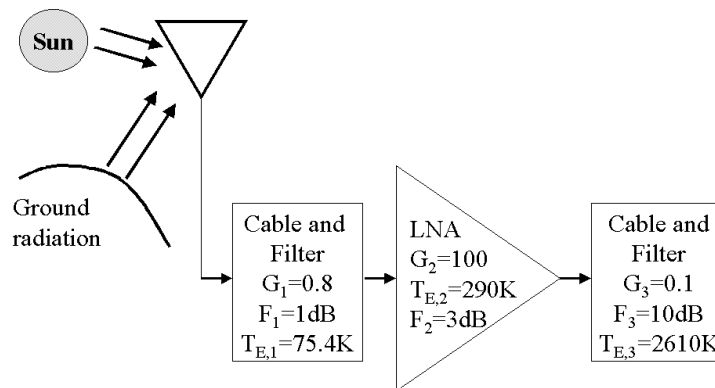


図 7 GPS 受信機の front-end における雑音解析の概観

図 7 はアンテナを通して受信機に入る外的な雑音と一般的な GPS 受信機における最初のステージが示されている。天空や地上から受ける雑音によるアンテナ温度はおおよそ 75 - 100K である。表 1 には front-end におけるいくつかの要素による雑音をまとめてある。表 1 において、最初と 3 番目のサブシステムは passive 要素であり。雑音指数はそのまま損失に等しい。最初のサブシステムは具体的にはフィルターと LNA までのケーブルである。この部分のフィルターとケーブルはできるだけ損失が少なくなるように設計されている。なぜならば、その後 LNA が存在するからである。次に続く長いケーブルの雑音温度を削減するために LNA は高いゲインかつ低い雑音であるように設計されている。アンテナ温度を含めた GPS 受信機の front-end における実効雑音温度は (2 1) 式のように計算される。

$$T_A + T_R(F_2, G_1) = T_A + \left(\frac{1}{G_1} - 1 \right) 290 + \frac{(F_2 - 1)290}{G_1} + \frac{\left(\frac{1}{G_3} - 1 \right) 290}{G_1 G_2}$$

$$\approx T_A + 290 \left(\frac{F_2}{G_1} - 1 \right) \quad (2 1)$$

$$N_0 = 10 \log_{10} k [T_A + T_R(F_2, G_1)] \text{ dBW / Hz}$$

$$N_0(F_2 = 3\text{dB}, G_1 = 0.8, T_A = 100\text{K}) \approx -201.3 \text{ dBW / Hz}$$

式 (2 1) を見ればわかるように、受信機の雑音フロアは 3 つの重要な変数に依存している。それは、アンテナ温度、LNA より前のフィルター及びケーブルのゲイン、そして LNA

の雑音指数である。LNA で十分なゲインを与えれば、2 番目以降のケーブルにおける損失はそれほど重要ではない。

ここで最初の GPS 信号の SNR に話を戻す。一般的に受信した C/A コードの信号レベルを約 160dBW としていた。上記で求めた雑音電力が約 -201dBW/Hz であるので、GPS 受信機における C/N₀ は約 41dBW/Hz となる。言い換えると、受信信号は帯域幅 1Hz あたりで雑音よりも約 12600 倍の大きさである。しかしながら、受信機の front-end における帯域幅は数十 MHz なので、例えば、帯域幅が 2MHz の場合、雑音は受信信号よりも 160 倍の大きさとなる。GPS 信号がノイズフロアの下にあると言われているのはこの理由である。幸運なことにコード復調の回路を通ることによって、受信信号を雑音よりも大きくすることを可能にしている。

実際に測定される C/N₀ の値は、衛星から送信されるパワー、衛星と受信機間の距離、仰角に応じたアンテナゲインの変化、そしてアンテナケーブルや受信機における損失などに依存することになる。現在使用されている GPS 受信機での通常の C/N₀ は 45dBW/Hz 程度であり、最近の GPS 受信機では 50dBW/Hz 程度の値になることもある。

C/N₀ は受信機内のトラッキングループがどの程度正確に信号をトラックすることができるか、すなわち擬似距離と搬送波位相観測値の精度を決定している。次に、一般的なコード相関受信機において、コードトラッキングループにおける信号強度の効果を考えていくことにする。

Early/Late 1 チップコリレータにおける Code tracking loop (Delay lock loop: DLL と呼ばれている) の jitter は以下のように与えられる。

$$\sigma_{DLL} = \sqrt{\frac{\alpha B_L}{c/n_0} \left[1 + \frac{2}{Tc/n_0} \right] \lambda_c} \quad (22)$$

ここでは無次元値で DLL 相関器の種類によって決まる (1:time-shared tau-dither early/late correlator, 0.5:dedicated early/late correlator)、B_L はコードループの雑音帯域幅 (Hz)、c/n₀ は搬送波電力対雑音電力密度比 (C/N₀ の単位が dB·Hz のとき、10^{(C/N₀)/10} として計算される)、T は predetection の積分時間 (sec)、λ_c は PRN コードの波長 (P-code:29.305m, C/A-code:293.05m)。式 (22) において、カッコ内の 2 番目の項は squaring loss と呼ばれている。なお T についての詳細は参考文献を参照願います。

一般的な B_L の値は 1Hz 前後から数 Hz である。もしコードループがキャリアトラッキンググループと独立して動作する場合には、受信機の dynamics に十分適応できるくらいに帯域幅を広げる必要がある。しかしながら、もしコードループがキャリアトラッキンググループによる dynamics の推定値を利用できる場合、コードループの帯域幅を広げる必要はない。コードループの帯域幅は擬似距離と搬送波位相の間における電離層遅延の divergence をトラックできる程度が必要とされる。式 (22) において、必ずしもコードループの帯域幅をそれほど必要としていないことにも注意しなければならない。もし擬似距離をより雑音の少ない搬送波位相でスムージングする場合、B_L の値は次ようになる。

$$B_L = \frac{1}{2T_s} \quad (23)$$

ここで T_s はスムージング時間である。

一般的な T (predetection 積分時間) の値は 0.02 秒 (航法メッセージの 1 ビット分) である。T を増加させると、上記に書いた squaring loss が減少するので弱い信号を受信する際には有効に働く。

C/N₀ がおおよそ 40dBW/Hz 以上あるとき、式 (22) は次のように近似しても差し支えない。

$$\sigma_{DLL} \approx \sqrt{\frac{\alpha B_L}{c/n_0} \lambda_c} \quad (24)$$

上式の変数に一般的な代表値 (α=0.5, C/N₀=45dBW/Hz そして B_L=0.8Hz) を代入する

と、C/A コードの σ_{DLL} は 1.04m となる。

最近の高性能 GPS 受信機はナローコリレータ (1 チップ未満) を使用しており、そのような受信機を使用する場合、式 (24) は次のように書き直すことができる。

$$\sigma_{DLL} \approx \sqrt{\frac{\alpha B_L d}{c/n_0}} \lambda_c \quad (25)$$

ここで d はコリレータ spacing の値 (chips) である。もし 0.1 チップのコリレータを使用し、他の変数は上記で使用した値と同じとすると、C/A コードの σ_{DLL} は 0.39m となる。さらに搬送波位相によるスムージングを擬似距離に対して施すと、これよりもさらに小さな値となる。前項のコードのノイズを計算したときに、その標準偏差が 6.0cm であったが、この値は受信機の内部で前もって搬送波位相によりスムージングされた結果であると予想される。多くの高性能 GPS 受信機は標準で数十秒の搬送波位相によるスムージングを擬似距離に対して施していることが知られている。

A4.4 コードのマルチパスについて [5]

ここではコードのマルチパスが発生するメカニズムについて簡単に説明する。まず一般的な GPS 受信機の構造について簡単に述べる。現在の GPS 受信機は図 8 に示すような構成をしている。

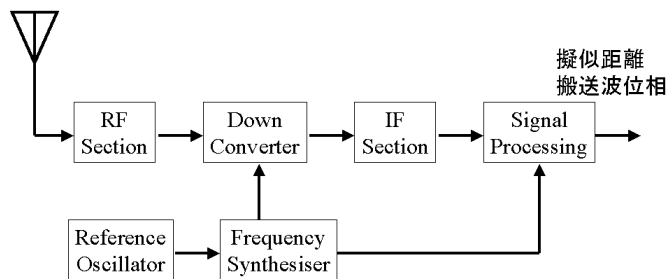


図 8 一般的な GPS 受信機の構成

ここで GPS 衛星から受信される信号は、右旋円偏波で非常に弱い信号 (-160dBW 程度) である。ゆえにアンテナと RF 部はできるだけ上手に信号を受信する必要がある。アンテナは可視衛星のみをトラッキングするために半球に近いゲインパターンを持つ。また RF 部に信号が届く前に、このアンテナで増幅を試みるものもある。RF 部は通常フィルターと増幅器から成る。フィルターは干渉や帯域外の雑音の効果を削減するために存在し、増幅器では、設計上の受信機の雑音指数に合うように LNA を用いて信号を増幅している。

基準発信器は GPS 受信機側の時刻と周波数基準を与えるものである。基準発信器のパラメータは大きさ、安定性そして雑音等であるが、コストと性能のバランスを考えて選定されている。より高い安定性のある発信器ほど、値段は高くなる。GPS 受信機においては、基準発信器は全ての LO (ローカル発信器) と時刻を生み出すための周波数同期として使用されている。

上記の LO は RF 信号を IF (中間周波数) に落とすために使用される。IF 部は更なる増幅、フィルタリングそして信号処理部で使用される適切な信号を供給する部分である。

信号処理部は GPS 受信機の中でも特に重要な機能を持つ部分である。ここでは複数のチャンネルで同時に衛星信号のおおよその識別、追尾、航法メッセージの復調、SNR の測定そして擬似距離と搬送波位相の測定を行っている。この信号処理部においてキーとなる要素がいくつか挙げられる。それは、擬似雑音符号によるコード発生器、信号を識別及び追尾する処理、Delay Lock Loop (DLL) そして Phase or Frequency Lock Loop (PLL/FLL) である。次に DLL について少し説明する。

DLL にはコヒーレント型 DLL と非コヒーレント型 DLL が存在する。コヒーレント型 DLL は搬送波位相のトラッキングも並行して行うのに対し、非コヒーレント型 DLL は搬送波位相のトラッキングは行わない。搬送波位相とコードの一般的なトラッキングループの構成を図 9 に示す。

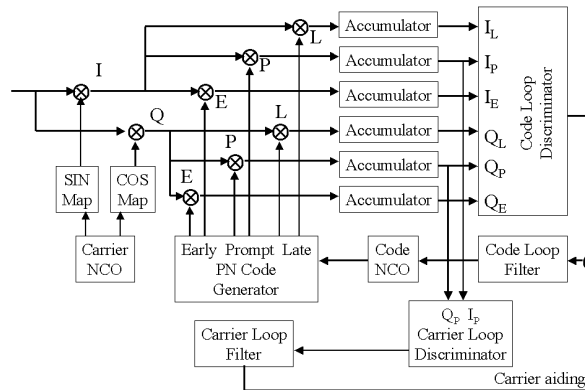


図 9 GPS 受信機のトラッキングループ

ここで、入力はデジタルの IF で、搬送波位相はレプリカの搬送波と掛け合わせることで取り除かれている。その出力は同相と 90 度ずれた位相のサンプルである。この信号は early/late 相関器を使用したコード相関によってベースバンド信号に落とされ、そのベースバンド信号はいくつかの discriminator (判別器) によって処理される。コードと搬送波位相ループは数値制御発信器によって制御されている。ここで early/late 相関器は判別器への入力を与えており、そのコード相関処理は図 10 に示されるとおりである。

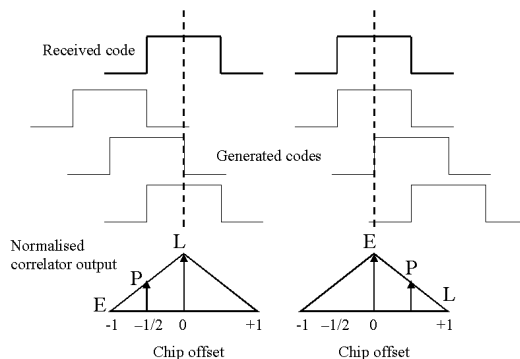


図 10 相関のプロセス

この図は 1 チップの間に early、prompt、late の相関がどのように行われているかを示している。左側はレプリカのコードが 0.5 チップ早いときで、右側はレプリカのコードが 0.5 チップ遅いときである。これらの相関値において、例えば early から late を引く動作を行う判別器によってトラッキング誤差を計算することができる。DLL における、いくつかの判別アルゴリズムを以下に示す。左が判別アルゴリズムで右がそれらの名称である。

$$\begin{aligned}
& \sum(I_E - I_L)I_P + \sum(Q_E - Q_L)Q_P && \text{Dot Product Power} \quad - \text{noncoherent} \\
& \sum(I_E^2 + Q_E^2) - \sum(I_L^2 + Q_L^2) && \text{Early - Late Power} \quad - \text{noncoherent} \\
& \frac{\sum\sqrt{(I_E^2 + Q_E^2)} - \sum\sqrt{(I_L^2 + Q_L^2)}}{\sum\sqrt{(I_E^2 + Q_E^2)} + \sum\sqrt{(I_L^2 + Q_L^2)}} && \text{Early - Late Envelope} \quad - \text{noncoherent} \\
& \frac{\sum\sqrt{(I_E^2 + Q_E^2)} - \sum\sqrt{(I_L^2 + Q_L^2)}}{\sum\sqrt{(I_E^2 + Q_E^2)} + \sum\sqrt{(I_L^2 + Q_L^2)}} && \text{Normalised Early - Late Envelope} \quad - \text{noncoherent} \\
& \sum \text{sign}(I_P)(I_E - I_L) && \text{Early - Late} \quad - \text{coherent}
\end{aligned}$$

上記の非コヒーレント型アルゴリズムの中で最も計算量が少ないのが dot-product 方式で下にいくほど計算量は多くなる。Coherent アルゴリズムも載せてあるが、搬送波位相がトラックされていない場合は使用できず、さらに SNR が低い場合も性能は低い。非コヒーレント型 DLL がより堅固であるといえる。上記のアルゴリズムを使用した場合の非コヒーレント型による判別器の特性を図 11 に示した。

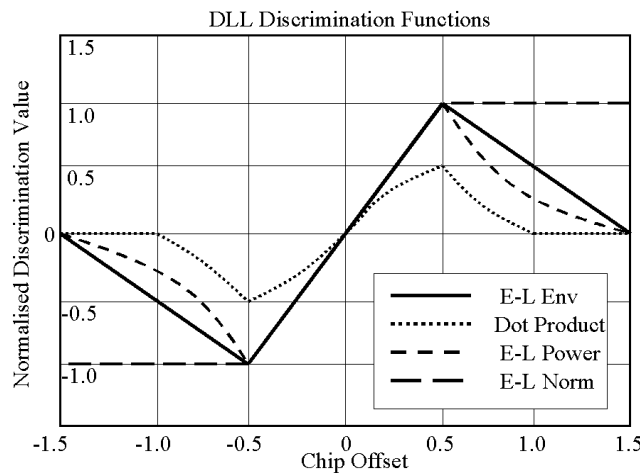


図 11 いくつかの DLL 用判別器の特徴

上記の図で判別器の出力すなわちゼロからの Chip Offset は、DLL のトラッキング誤差になる。ここまでで、DLL の動作を相関器と判別器の双方の機能から簡単にまとめてきた。ここから実際のコードのマルチパスについて考察してみる。実際にマルチパスが存在すると、図 7 で示した相関波形がマルチパスによって歪まされることは容易にわかる。相関波形が歪むということは、すなわち上記の判別器の出力が歪まされるということにつながる。判別器の出力が歪むということは、すなわちトラッキング誤差が生じるということである。コードのマルチパス誤差とは、まさにこの波形の歪みによって生じるトラッキング誤差である。次にこのことを簡単な例を通して説明していく。

マルチパスが直接波に対して同相の場合

マルチパスの直接波に対する振幅比が 0.5、同相、標準の 1 チップコリレータを使用、そして無限の帯域幅がある場合の効果は以下ようになる。マルチパスが 0.1 チップ (約 30m) 遅れた場合の結果を図 12 に、0.5 チップ (約 150m) 遅れた場合の結果を図 13 に示す。それぞれ相関値と非コヒーレント型の early-late envelope 判別器の値を示す。

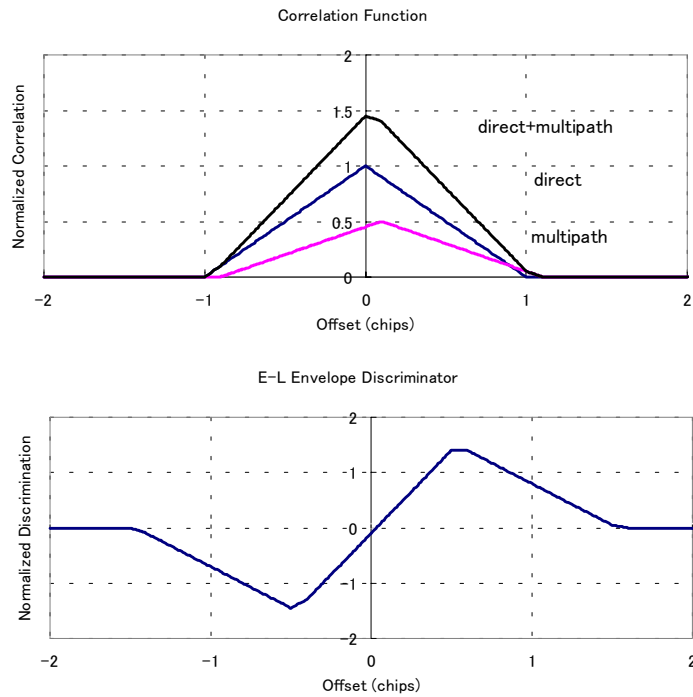


図 12 0.1 チップ遅れ、同相のマルチパスが存在する場合

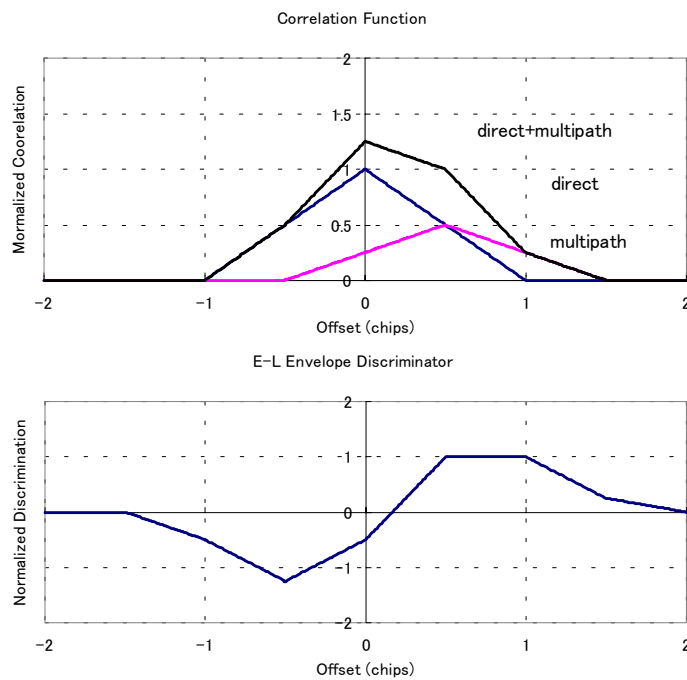


図 13 0.5 チップ遅れ、同相のマルチパスが存在する場合

上記の結果より、同相のマルチパスの場合は、判別器の結果によるオフセットが右側に存在するので実際の擬似距離よりも長く測定してしまうことになる。0.1 チップ遅れの場合は相関波形の歪みがそれほど大きくはないが、判別器の結果よりトラッキング誤差が少し生じていることがわかる。Offset 値が 0.1 未満なので数 m のマルチパス誤差である。一方、

0.5 チップ遅れの場合は、相関波形は大きく歪まされ、それに応じてトラッキング誤差も 0.2 チップ程度（マルチパス誤差は 60m 程度）生じていることがわかる。図 13 の相関波形から次のようなポイントを挙げるができる。

- 直接波の相関値が上昇し始めるポイントではまだ直接波は歪まされない。
- 直接波の相関値が上昇中にマルチパスによる相関値が加わる。
- 実際の直接波の相関ピーク位置は歪まされていない。
- 直接波の相関ピーク位置以外に 2 番目の相関ピーク位置が存在する。
- 右側の下降している相関値の傾き（絶対値）は、左側の上昇しているときの相関値の傾き（絶対値）に等しい。
- マルチパスによる相関値が 0 になるポイント以降は、相関値は 0 のままである。

マルチパスが直接波に対して逆相の場合

次に、マルチパスの直接波に対する振幅比が 0.5、逆相、標準の 1 チップコリレータを使用、そして無限の帯域幅がある場合の効果は以下ようになる。マルチパスが 0.1 チップ（約 30m）遅れた場合の結果を図 14 に、0.5 チップ（約 150m）遅れた場合の結果を図 15 に示す。それぞれ相関値と非コヒーレント型の early-late envelope 判別器の値を示す。

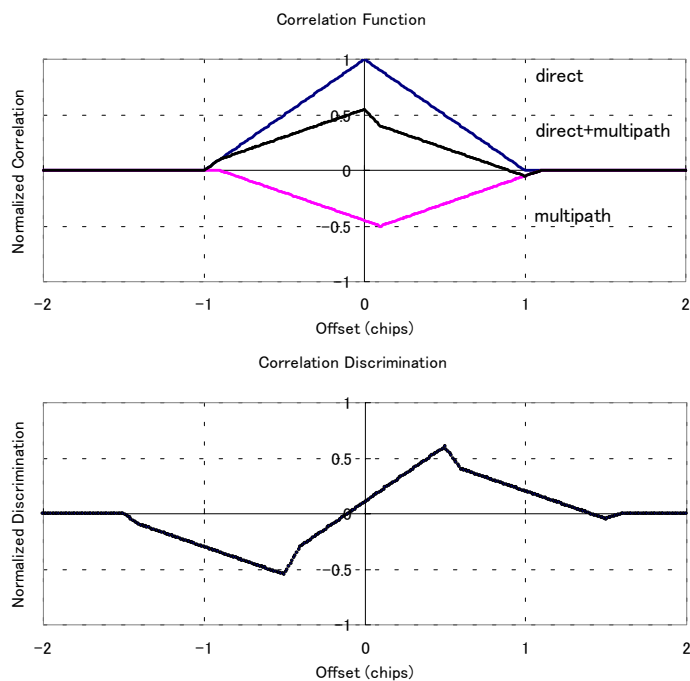
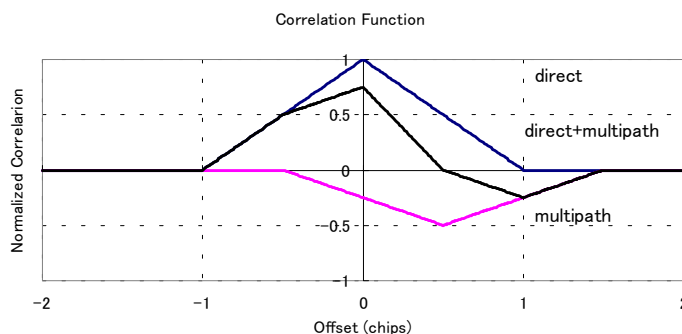


図 14 0.1 チップ遅れ、逆相のマルチパスが存在する場合



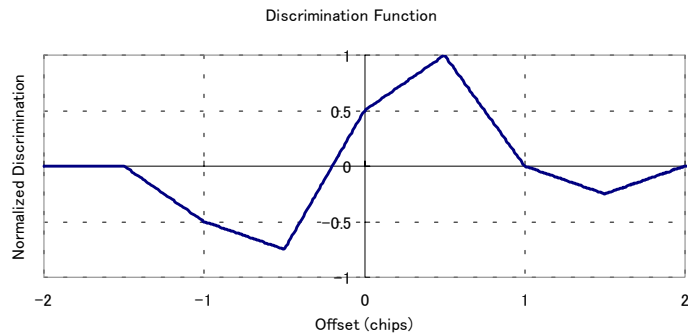


図 15 0.5 チップ遅れ、逆相のマルチパスが存在する場合

上記の結果より、逆相のマルチパスの場合は、判別器の結果によるオフセットが左側に存在するので実際の擬似距離よりも短く測定してしまうことになる。またマルチパス誤差となるオフセットの大きさについては、0.1 チップ遅れ、0.5 チップ遅れ両方の場合において、同相の場合よりもやや大きい値になっている。ただ相関波形自体は同相の場合と同じ傾向を示しており、直接波のピーク位置はマルチパスによって影響を受けていない。

マルチパスの直接波に対する位相が変化した場合

今までは、マルチパスの直接波に対する位相が同相（0度）の場合と逆相（180度）の場合のみを調査してきたが、ここでは位相差が0度、60度、90度、120度、180度の場合についてそれぞれ比較してみる。なおマルチパスの直接波に対する振幅比は0.5、標準の1チップコリレータを使用、遅れは0.5チップ（約150m）そして無限の帯域幅がある場合を想定している。各結果の左側が相関波形の図、右側が判別器による結果の図を示す。

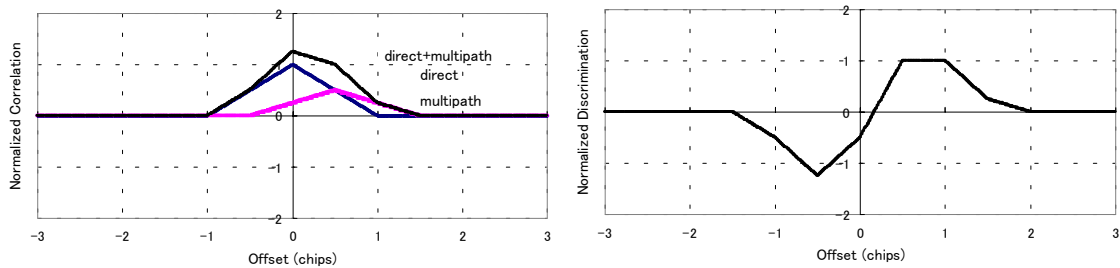


図 16 0.5 チップ遅れ、位相差 0 度の場合の結果

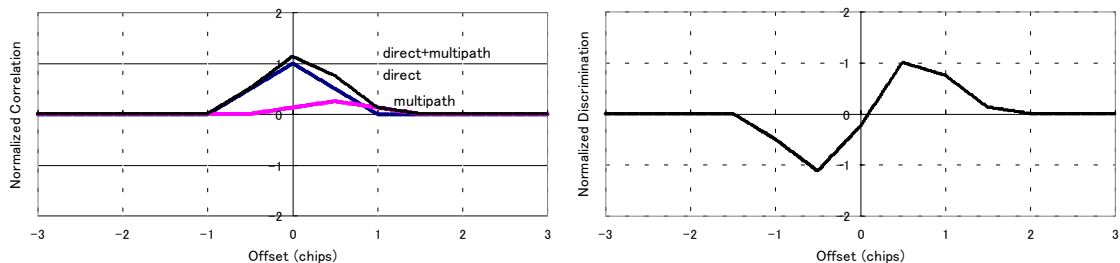


図 17 0.5 チップ遅れ、位相差 60 度の場合の結果

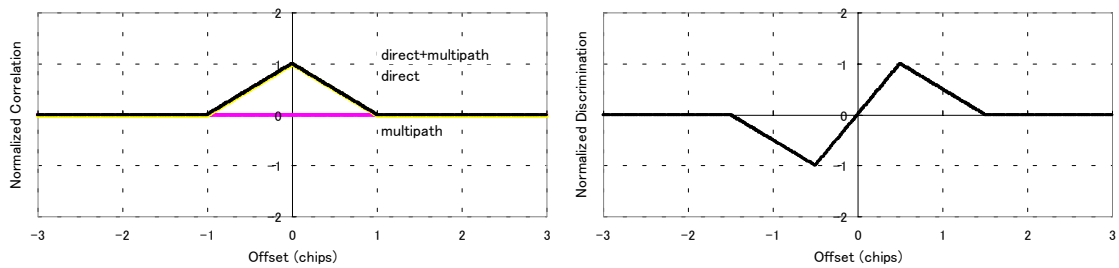


図 18 0.5 チップ遅れ、位相差 90 度の場合の結果

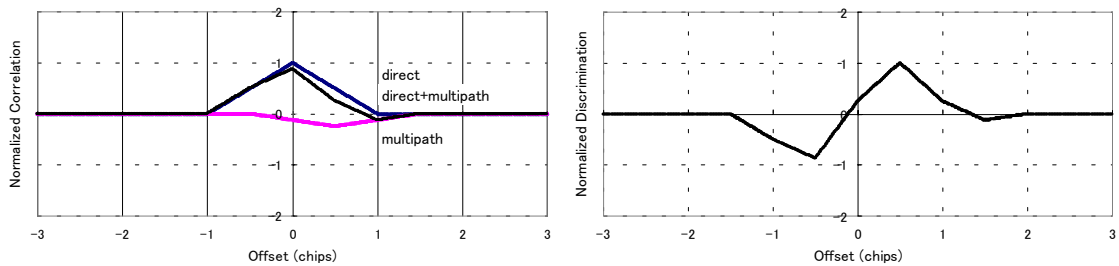


図 19 0.5 チップ遅れ、位相差 120 度の場合の結果

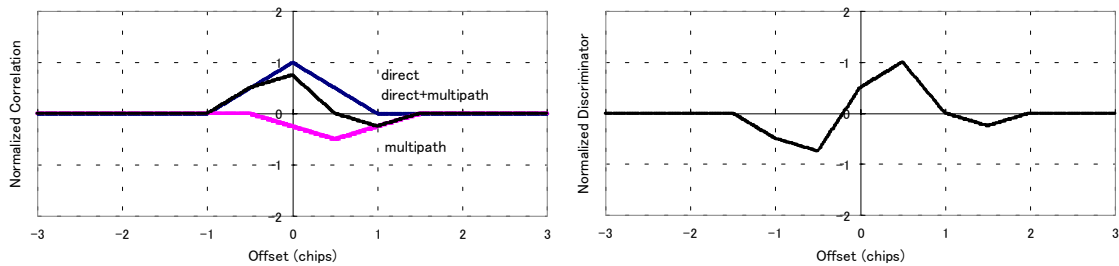


図 20 0.5 チップ遅れ、位相差 180 度の場合の結果

位相差を 0 度から 90 度まで変化させると、マルチパスによる相関波形のピーク（振幅）が削減されているのがわかる。振幅比は 0.5 のままなので、位相差を変化させることにより、振幅比を変化させるのと同じような効果が見られる。マルチパスによる相関値が削減されることは、そのまま判別器によるトラッキング誤差の削減にもつながっている。位相差が 90 度の時は、マルチパスによる相関値が 0 になっている。さらに位相差を 90 度から 180 度に変化させると、マルチパスによる相関値が上昇し始め、位相差 180 度の時点でマイナス方向に最大となっている。ここで、位相差を変化させた場合の判別器のトラッキング誤差に着目すると、プラスの方向のマルチパス誤差（実際の擬似距離よりも長く測定）から徐々に 0 になり、その後、マイナスの方向のマルチパス誤差（実際の擬似距離よりも短く測定）を生じていることがわかる。

マルチパス誤差と遅延距離の関係

最後にマルチパス誤差と遅延距離の関係を図 21 に示す。直接波に対するマルチパスの振幅比は 0.5、1 チップコリレータ、帯域幅は無限と仮定している。アンテナが固定され、反射によってマルチパス波の位相が変化しないと仮定すると、遅延距離より直接波とマルチパス波の位相差を計算することができる。遅延距離は衛星とアンテナ間の幾何学的配置より計算できる。図 21 では、横軸が遅延距離（m）、縦軸がマルチパス誤差（m）である。こ

の図では、端的にいうと、直接波に対するマルチパス波が同相と逆相の場合の関係が示されている。同相の場合は、擬似距離の誤差がプラスの方向に最大に働き、逆相の場合は擬似距離の誤差がマイナスの方向に最大に働いていることがわかる。遅延距離が 1.5 チップ以上（約 440m）のマルチパスに対する影響は受けていないこともわかる。

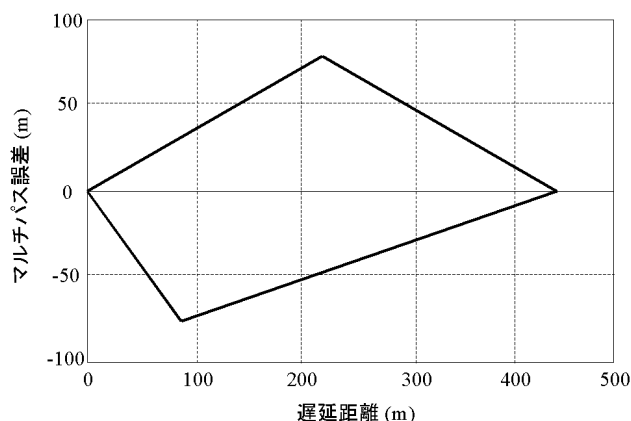


図 21 マルチパス誤差と遅延距離の関係

おわりに

GPS 信号におけるコードのマルチパスとノイズについて、実際の観測値と理論的な側面から簡単に説明してきた。マルチパスの説明をする際に、簡単な GPS 受信機の構成を示したが、更に詳しくマルチパス誤差を解析するには、受信機における信号処理の部分を勉強する必要があると思われる。例えば、今回は無限の帯域幅を仮定した結果を載せているが、実際の信号処理部では帯域幅は制限されている。また今回紹介することはできなかったが、最近ではマルチパス誤差を削減するためのコリレータ技術がいくつか開発されている。そのような最新の文献を読んでも意味がわかるように、基礎的な部分については述べたつもりである。さらに勉強されたい方は以下の参考文献や他の文献等に当たっていただければと思う。参考文献の最後に挙げたもの[6]は、ここで引用されていないが、GPS 測位におけるマルチパス削減技術の歴史が古いものから最新のものまでわかりやすく書かれているので挙げておいた。

参考文献

- [1] P.J.G. Teunissen and A. Kleusberg, “GPS Receivers and Observables” in GPS for Geodesy, 2nd ed., pp.151-186, Springer-Verlag, Berlin, 1997.
- [2] <http://home-2.worldonline.nl/~samsvl/noise.htm>
- [3] Misra, P., Enge, P., (2001), “Signal-To-Noise Ratio and Ranging Position” in Global Positioning System, Ganga-Jamuna Press.
- [4] E.D. Kaplan(ed.), “Satellite Signal Acquisition and Tracking” in Understanding GPS: Principles and Applications, Artech House, Boston, 1996.
- [5] B.M. Hannah, Ph.D. thesis, “Receiver Correlation and Discrimination” in Modelling and Simulation of GPS Multipath Propagation, the Cooperative Research Center for Satellite Systems, Queensland University of Technology, Brisbane, Australia, March 2001.
- [6] Lawrence R. Weill, How Good Can It Get with New Signals? Multipath Mitigation, GPS World(2003), vol.14, no.6, pp106-113.