

GPS衛星の軌道と 衛星位置決定について

話のポイント

- ・衛星の位置はどのように求めるのか？
- ・アルゴリズムとは？

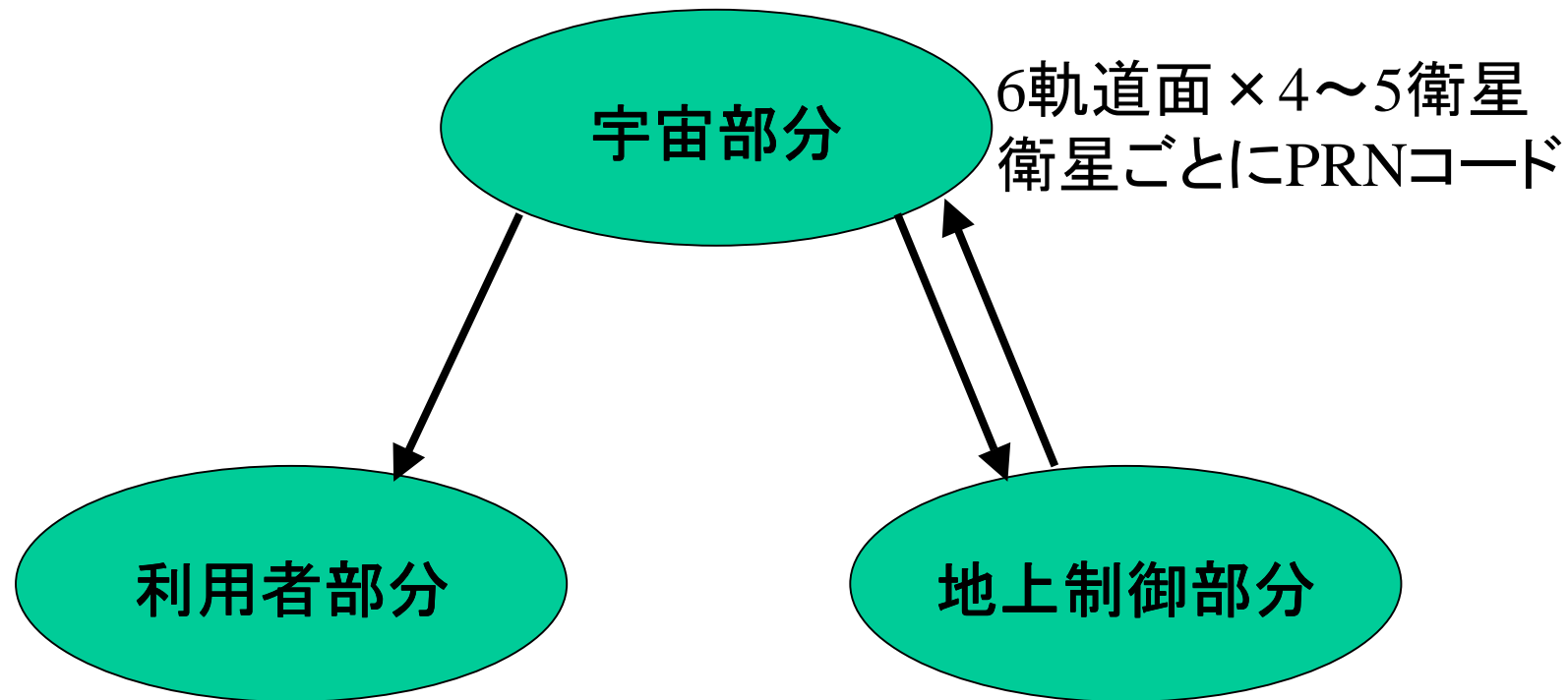
概要

- 背景
- ケプラーの法則
- 理想的な楕円軌道 (ケプラー6軌道要素)
- 衛星の位置と速度

背景

- GPSは衛星を利用して位置を測定するシステムであり、正確な衛星の位置を知る必要がある。
- 各衛星から放送される軌道パラメータ(放送暦: Broadcast **ephemeris**)を利用することによって誤差**2~3m**以内で決定される。
- 軌道パラメータは24~48時間前に予測される。
- 上記は**500年**にわたる天体力学における知識の蓄積と1957年来の人工衛星の開発経験によるものである。(スプートニク I ソビエト連邦)

GPSシステム

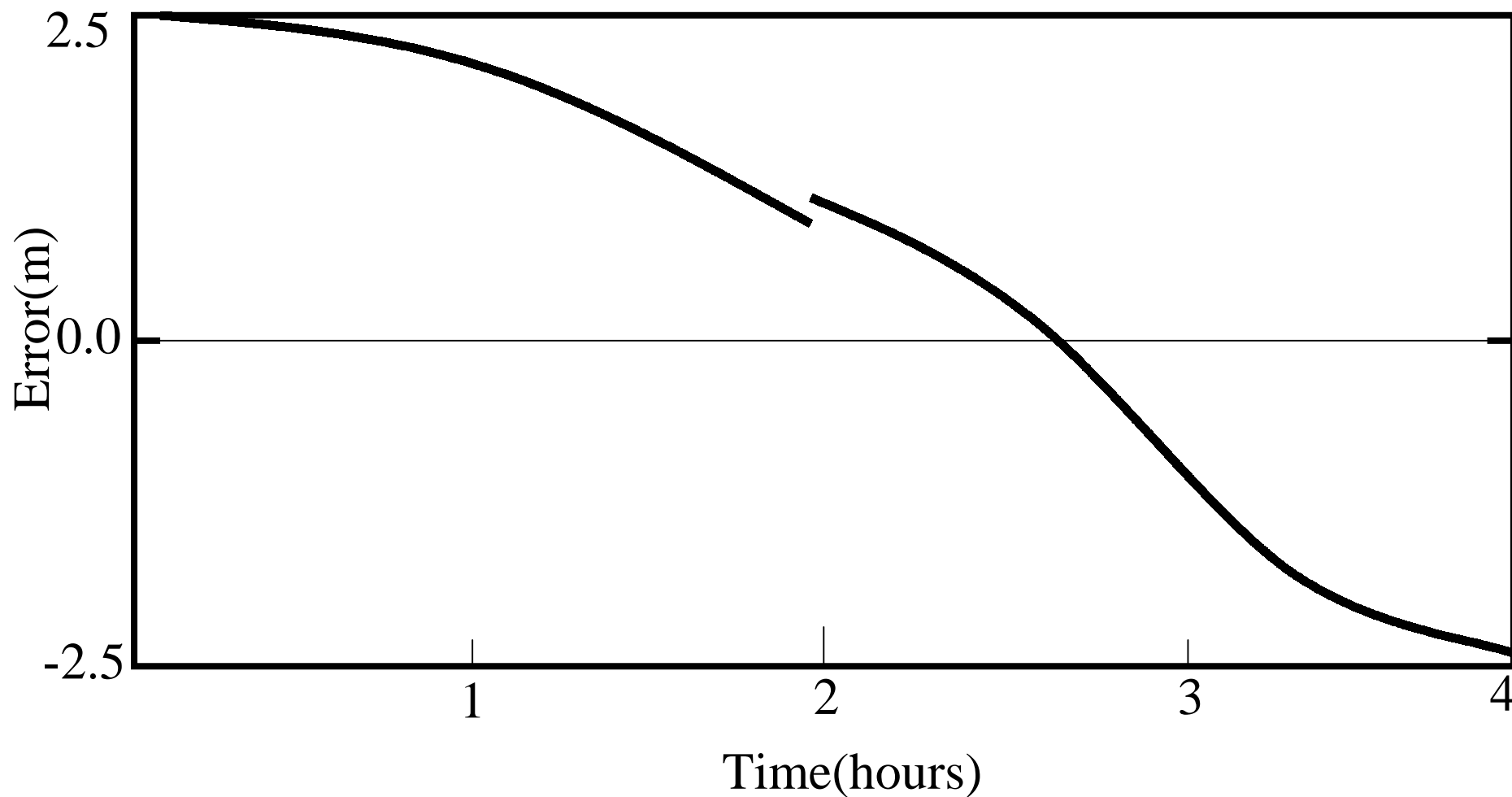


擬似距離など測定されたデータから、位置・速度時刻を算出

5モニタ局からのデータをもとに主制御局で衛星軌道、衛星時計補正値を計算し、3つのグランドアンテナより衛星に送信

実際の軌道予測精度

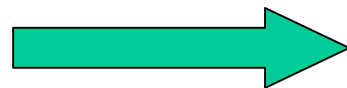
精密暦(誤差10cm以内)と放送暦の差を表す



ケプラーの法則

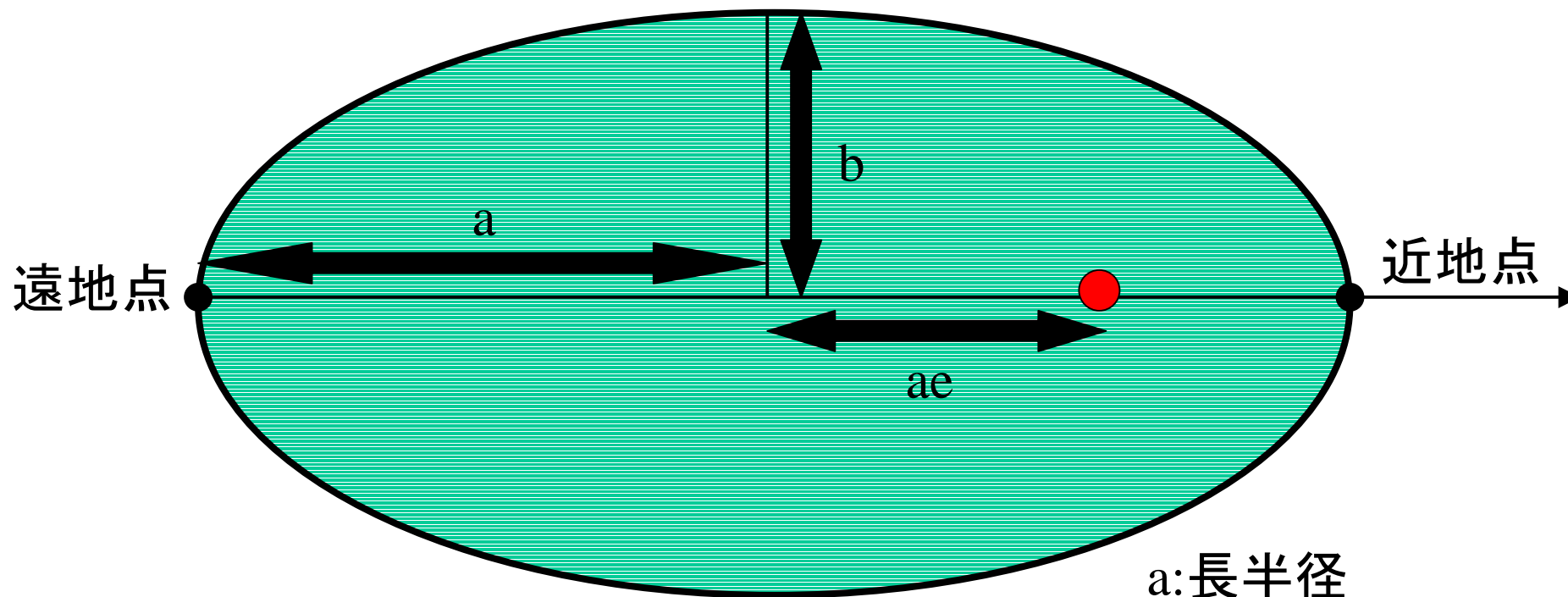
- 惑星は太陽を1つの焦点とする1平面上で楕円軌道を描く。
- 惑星が太陽のまわりを回るときの面積速度は一定である。
- 惑星の公転周期の2乗は、軌道長半径の3乗に比例する。

天動説



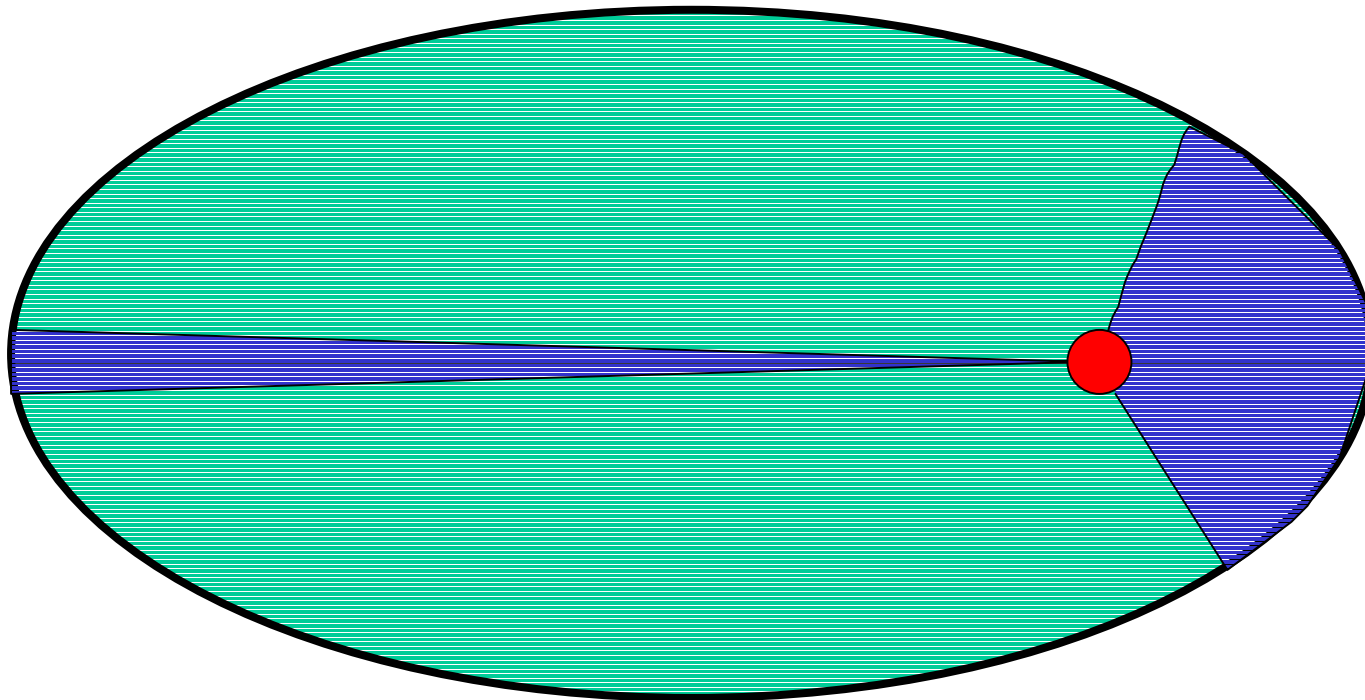
不断の観測により法則性を発見

太陽を1つの焦点とする楕円軌道



a: 長半径
b: 短半径
e: 離心率

面積速度一定



太陽から遠い惑星ほど、速度が遅い

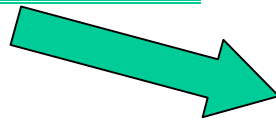
実際の公転周期と軌道長半径

| 惑星 | 周期T(年) | 軌道長半径a(AU) | T^2/a^3 |
|----|--------|------------|--------------|
| 水星 | 0.24 | 0.39 | 0.971 |
| 金星 | 0.61 | 0.72 | 0.997 |
| 地球 | 1.00 | 1.00 | 1.000 |
| 火星 | 1.88 | 1.52 | 1.006 |

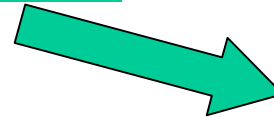
地球と人工衛星の関係

- 今まで太陽と惑星の関係(ケプラーの法則)について述べてきましたが、この関係は地球と月の関係、ひいては地球と人工衛星(GPS衛星)の関係にもあてはめることができます。

太陽と惑星(地球)



地球と月

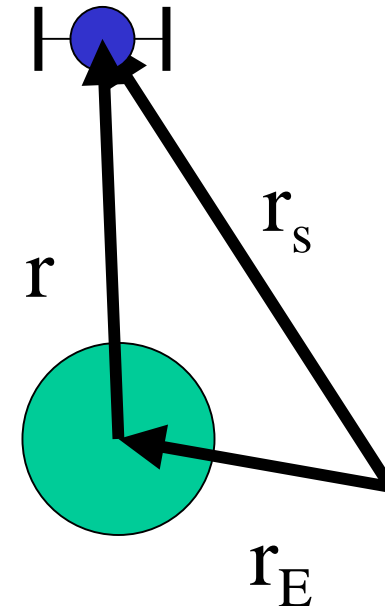


地球と人工衛星

万有引力の法則

- ケプラーの死後、ニュートンがケプラーの法則に科学的な根拠を与えた。ケプラーの発見はニュートンの万有引力の発見に大きな貢献をした。

$$\mathbf{F} = -\frac{GMm}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_s - \mathbf{r}_E$$



運動方程式による 人工衛星の軌道

- 万有引力による衛星の地球まわりの運動を二体問題(両者を質点とみなす)と考える。前述のニュートンの運動方程式から算出される。これは理想的な二体問題。

地球以外による衛星への力

- 衛星には質点と考えた地球以外に多くの微妙な力が作用している。よって理想的な2次曲線からずれる。このずれを**摂動**と呼ぶ。以下主なもの。
 - 1、地球の重力ポテンシャルの非球状成分
 - 2、地球大気の抵抗
 - 3、月・太陽の引力
 - 4、太陽輻射圧

WGS84について

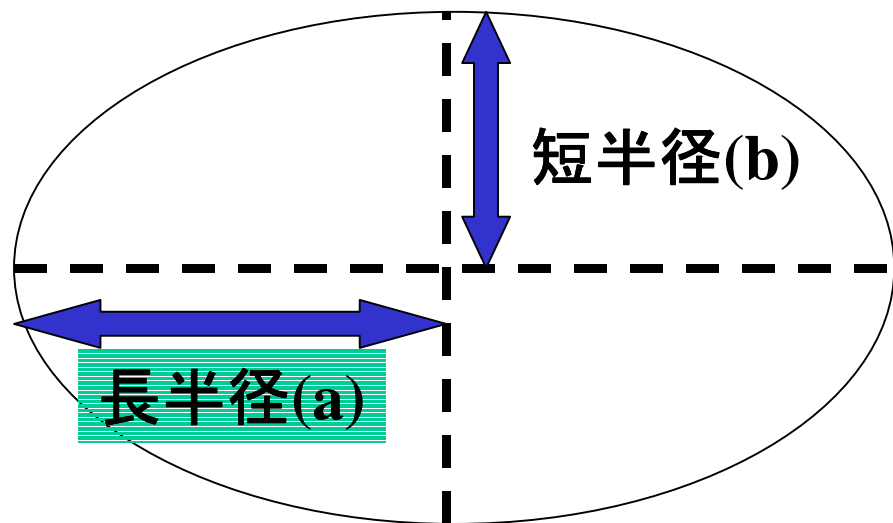
- GPS衛星はWGS84という地球中心を原点とする座標系を用いています。赤道上経度0度の方向をx軸、そこから右回りに直交してy軸、北極方向をz軸としています。
- 上記の座標系に対して日本測地系というものがあり、これは日本付近の地表と地球を表す基準楕円体が一致するような楕円体を用いているので地球中心からは各軸方向に数百mずれています。

ケプラーの6軌道要素

- 上記で述べた理想的な状態では、GPS衛星の運動は地球を1つの焦点とする楕円軌道によって特徴づけられる。この軌道は6つのパラメータより表される。これらのパラメータはある時刻での衛星の位置及び速度を決定するものである。
- 6つのうちの5つは宇宙空間での方向、軌道の形状、大きさを決定。6つ目はある時刻での位置を決定する。

楕円軌道の特徴を決定(2/6)

- 軌道長半径(a): 軌道の大きさを表す
- 離心率(e): 楕円のつぶれぐあいを表す

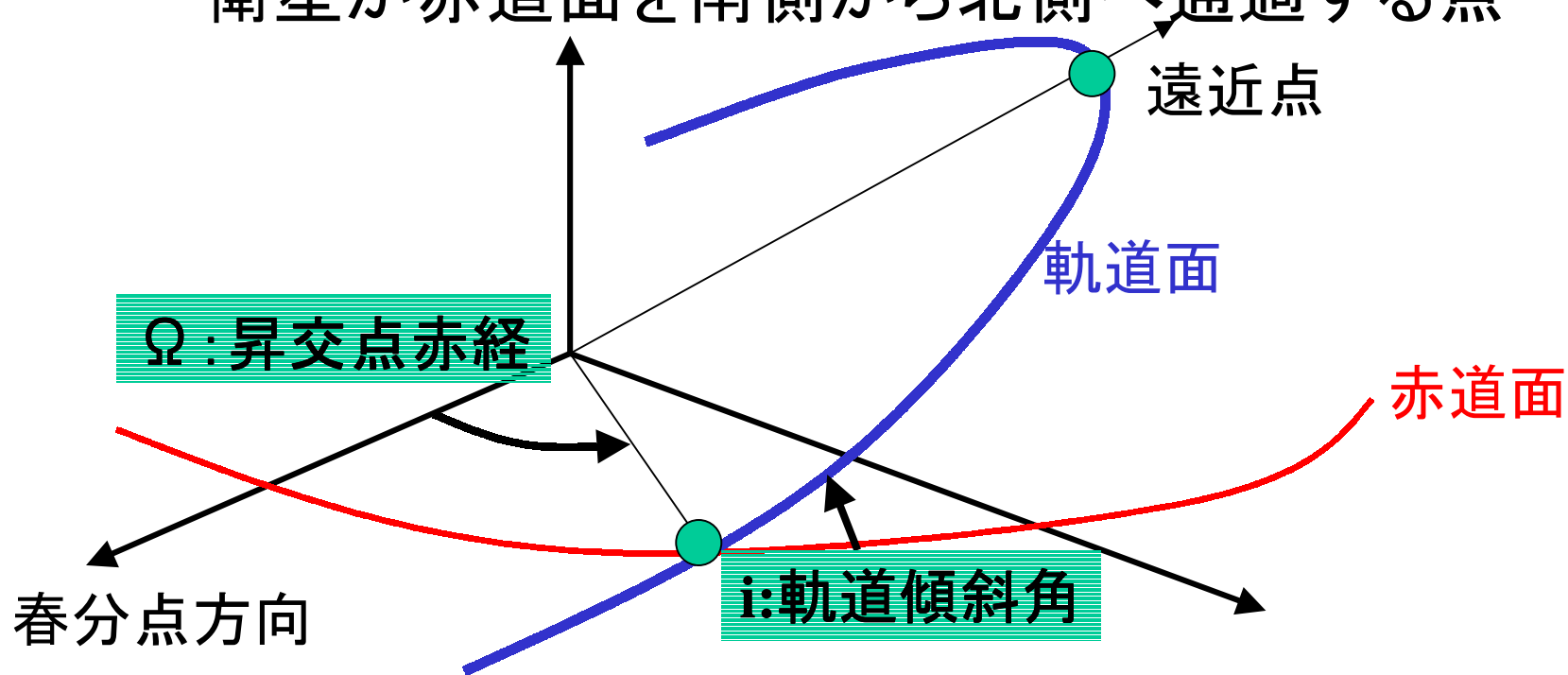


離心率 $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

$e=0$ で円、 $0 < e < 1$ で楕円、
 $e=1$ は放物線、 $e > 1$ は双曲線

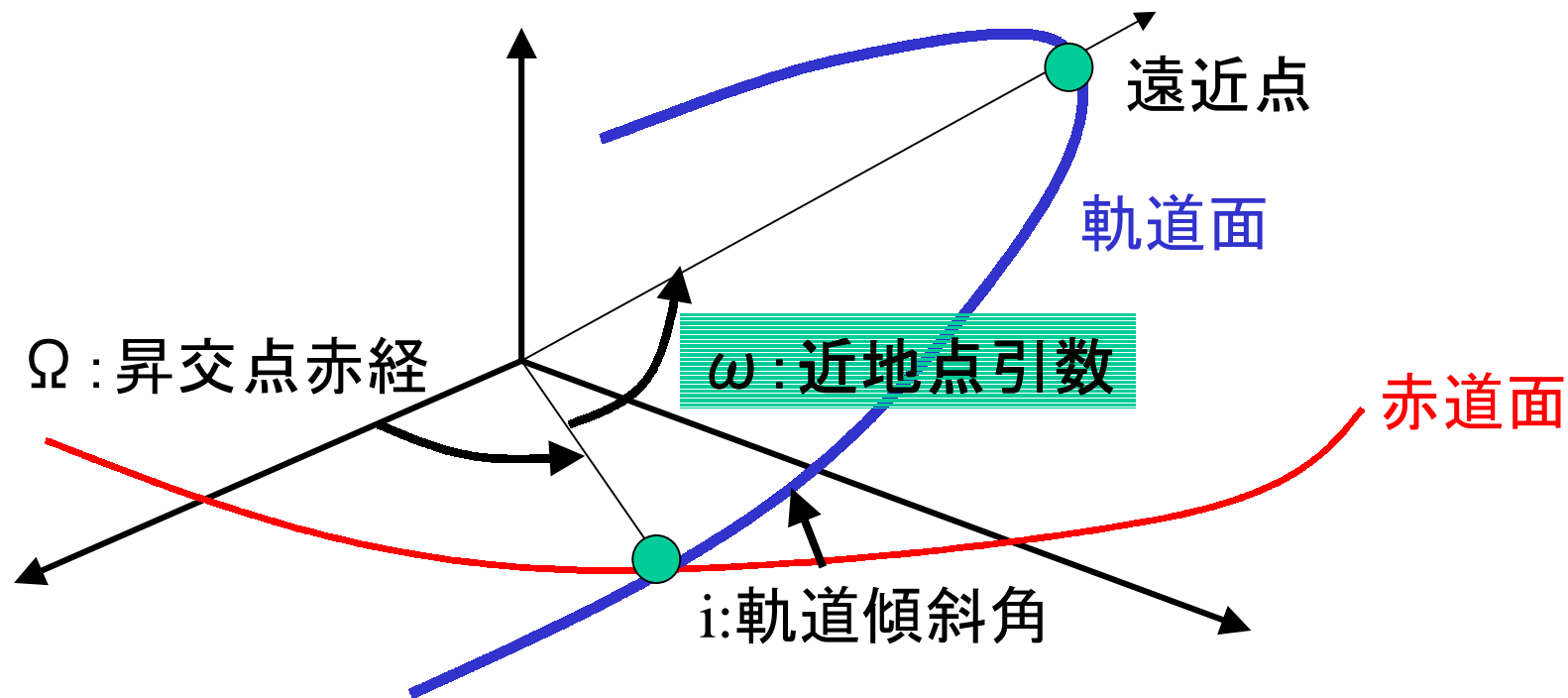
軌道面の向きを決定(2/6)

- 軌道傾斜角(i): 軌道面と赤道面のなす角
- 昇交点赤経(Ω): 軌道面と赤道面の交点のうち、衛星が赤道面を南側から北側へ通過する点



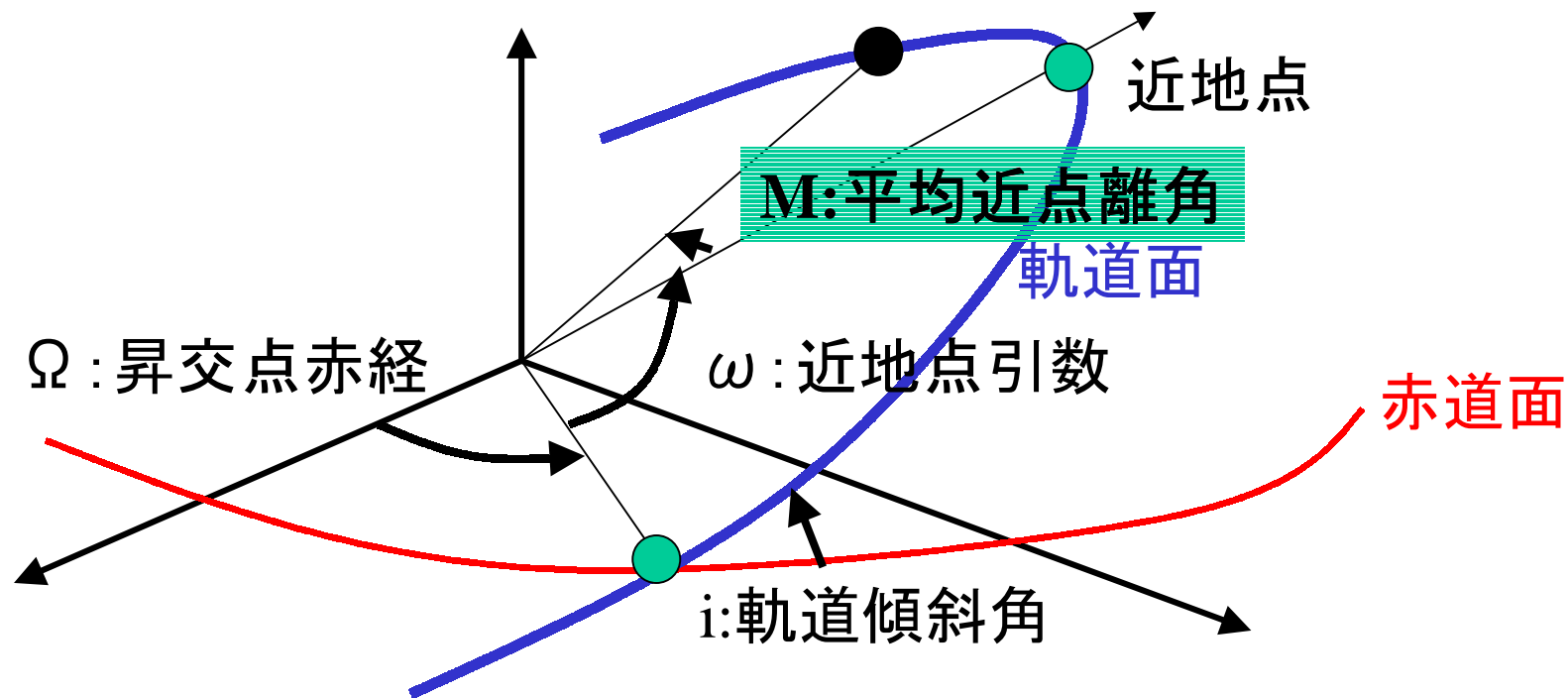
軌道面内での楕円の向き決定 (1/6)

- 近地点引数: 軌道面内の楕円の長軸の向き



軌道面内の衛星位置決定(1/6)

- 平均近点離角: ある時刻における衛星の軌道上の位置



GPS衛星の位置を実際に算出

- 放送暦や天体暦(almanac)を利用して算出。
- 通常、放送暦は2時間ごと、天体暦は1週間ごとに更新される。衛星からの電波に情報として組み込まれている(要解読)。
- これらの暦には、前述のケプラーの6軌道要素や、さらに**摂動を考慮した予測係数等**が示されている。この予測により精度を向上させている。
- 放送暦は**2~3m**の精度、天体暦は**数百m~数千km**の精度である。

天体暦 (アルマナック) について

| 記号 | 内容 | 単位 |
|----------------|------------------|-----------|
| ID | 衛星のPRN番号 | — |
| HEALTH | 衛星の健康状態 | — |
| e | 離心率 | — |
| t_{oa} | 軌道要素の元期 (基準時刻) | s |
| i_0 | 軌道傾斜角 | rad |
| $\dot{\Omega}$ | 昇交点赤経の時間変化率 | rad/s |
| \sqrt{A} | 軌道長半径の平方根 | $m^{1/2}$ |
| Ω_0 | 昇交点赤経 | rad |
| ω | 近地点引数 | rad |
| M_0 | 平均近点離角 | rad |
| a_0 | 衛星時計補正係数の0次項 | s |
| a_1 | 衛星時計補正係数の1次項 | — |
| WEEK | 現在時刻のGPS週番号 | — |

実際の天体暦(アルマナック)

***** Week 65 almanac for PRN-01 *****

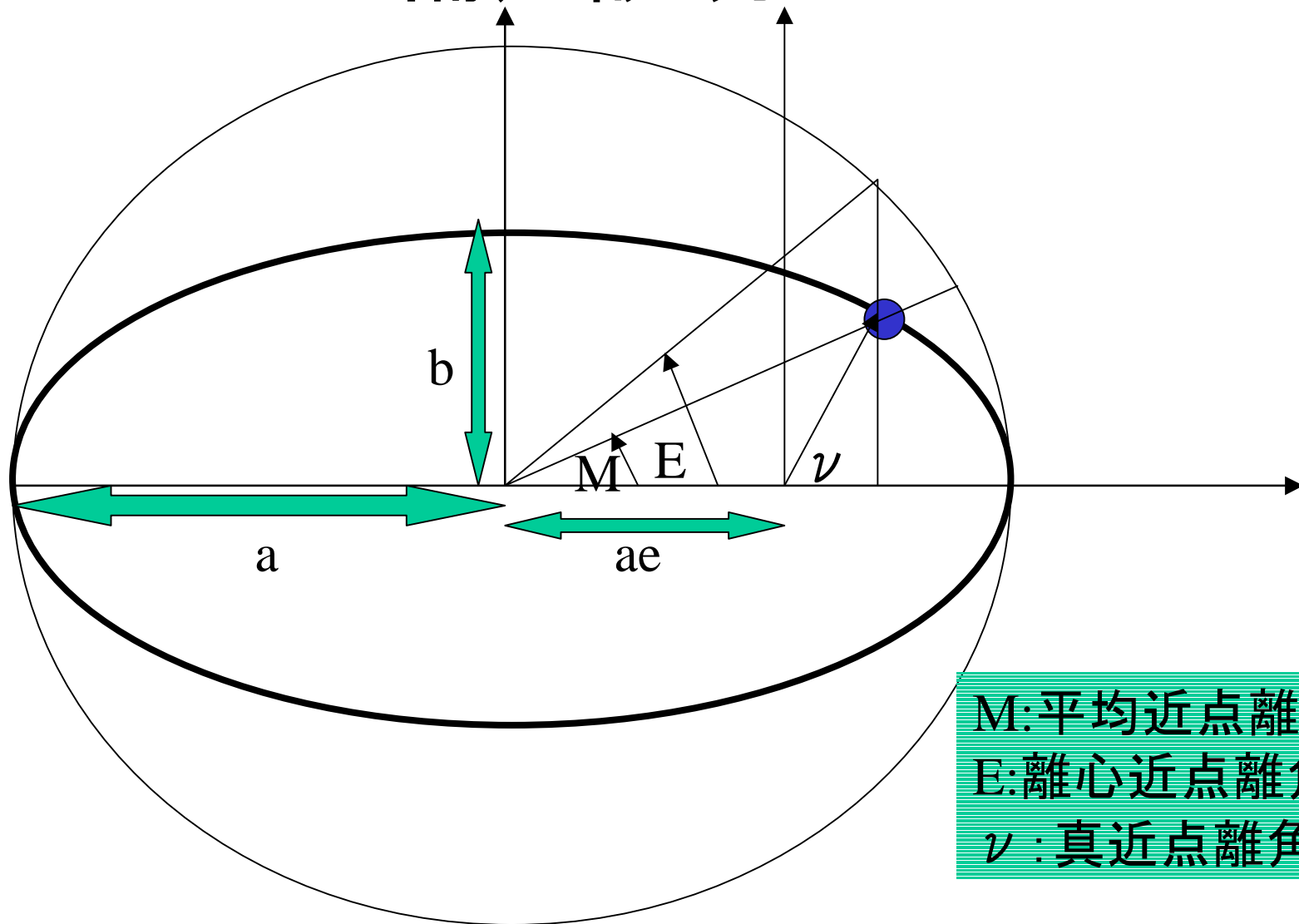
ID: 01
Health: 000
Eccentricity: 0.4962921143E-002
Time of Applicability(s): 503808.0000
Orbital Inclination(rad): 0.9623416489
Rate of Right Ascen(r/s): -0.7897471819E-008
SQRT(A) (m 1/2): 5153.587891
Right Ascen at Week(rad): 0.8094426381E+000
Argument of Perigee(rad): -1.746035655
Mean Anom(rad): -0.1816641466E+001
Af0(s): 0.1535415649E-003
Af1(s/s): 0.0000000000E+000
week: 65

米国のUSCGのHP
より取得可能。
YUMAファイルと呼
ばれており本来のアル
マナックとは少し
異なる。

GPS衛星位置算出アルゴリズム

手持ちの資料を参照

離心近点離角と真近点離角の 補足説明



M:平均近点離角
E:離心近点離角
 ν :真近点離角

まとめ

- 衛星の軌道を表現する暦 (Ephemeris) には**天体暦**、**放送暦**、**精密暦**等がある。
- **アルゴリズム**とは簡単にいうと、問題を解決するための処理手順である。