

平成 18 年度 卒業論文

# INS/GPS 複合航法システムのシミュレーション

東京海洋大学 流通情報工学課程

2002704 伊勢嶋 潤

指導教官 安田 明生 教授

# 目次

## 第1章 序論

- 1.1 はじめに
- 1.2 研究の背景
- 1.3 研究の目的

## 第2章 GPSの概要

### 2.1 GPS衛星

- 2.1.1 GPS衛星の概要
- 2.1.2 GPS衛星からの信号
- 2.1.3 各衛星の状態(サブフレーム1)
- 2.1.4 軌道情報(エフェメリス)
- 2.1.5 軌道情報(アルマナック)
- 2.1.6 電離圏補正係数
- 2.1.7 UTC

### 2.2 測位計算

- 2.2.1 ユーザ位置計算
- 2.2.2 共分散行列
- 2.2.3 DOP (Dilution of Precision)
- 2.2.4 測位分布
- 2.2.5 測位精度評価について

### 2.3 測地系

- 2.3.1 WGS-84と日本測地系
- 2.3.2 標高とジオイド高

## 第3章 GPS/INS

- 3.1 Inertial Navigation System (INS)
- 3.2 GPS/INSの概要
- 3.3 GPSへのKalman Filterの適用
  - 3.3.1 Kalman Filterの式
  - 3.3.2 運動方程式
  - 3.3.3 Pの更新
  - 3.3.4 Pの修正

### 3.3.5 INS の修正

## 第4章 数値シミュレーション

### 4.1 方法

### 4.2 結果と考察

## 第5章 まとめ

# 第 1 章

## 序論

### 1.1 はじめに

GPS (Global Positioning System) は、人工衛星による三次元位置決定のためのシステムである。1970 年代の初頭に米国国防総省 DOD(Department of Defense)により地球上でいつでもどこでも実時間の連続測位が可能なシステムを目指し開発が開始された。1974 年 7 月に最初の NAVSTAR(Navigation System with Time Ranging)衛星が打ち上げられ、1993 年 12 月には実質的に完全運用状態になった。しかし、この時点では試験段階のブロックと呼ばれる実験機を含めて 24 衛星以上で配置されていた。ブロックと呼ばれる実用機に全衛星が代わり、本格的な完成が達成されたのは 1995 年である。

2000 年 5 月 2 日 13 時 (JST) まで SA(Selective Availability)と呼ばれる測位精度を劣化させる操作がなされていた。その精度は単独測位では水平方向で約 100m であった。測位精度を上げるために種々の補正システムが世界中で運用されている。現在 GPS 測位の測位精度は SA が解除され、受信機、アンテナ等の周辺機器の進歩により大幅に改善されている。

1991 年に米国は国際連合の専門機関である国際民間航空機関(International civil Aviation Organization : ICAO)に対して、「連続的に、世界規模を原則に、ユーザに直接の課金をすることなく、GPS-SPS を利用できるようにすること」を公式に約束した。しかし各国政府、とりわけ欧州では、外国政府の軍隊によって制御されているシステムに、ずっと頼り続けていることは良い事態ではないという見解を持っている。そのため欧州連合(EU : European Union)は、GALILEO と呼ばれることになる独自の衛星航法システムを開発する案について検討することを決定した。

GPS と類似している衛星航法システムには GALILEO の他に、旧ソ連が開発し、現在ロシア連邦が運用している GLONASS(Global Navigation Satellite System)がある。また日本においても準天頂衛星の運用が計画されている。

### 1.2 研究の背景

GPS は基本的には地球上のどこにいても、常時一定の精度で自分の位置を知ることができるシステムである。しかし、衛星からの電波を受信できないような場所では測位を行う

ことができない。また、何よりも衛星の故障に対しては致命的である。GPS のような移動体外部の装置（衛星）に依存する航法システムに対して、外部情報に頼らない航法システムは「自立航法」と呼ばれ、GPS が開発される以前から存在していた。

自立航法で最も一般的なものは、慣性航法システム（Inertial Navigation System）である。慣性航法システムは「ジャイロ」「加速度センサ」という装置を用いる。ジャイロでは移動体の角速度を検出し、加速度センサでは移動体の加速度を検出する。これらのデータを用い演算処理を施すことで、移動体の初期位置からの相対位置（累積距離）、速度、姿勢角および方位角を連続的に求める航法システムである。ただし、速度に関しては加速度の積分、位置に関しては二重積分をとるので、装置固有のバイアスあるいはドリフトによる誤差は蓄積されていくといった欠点がある。

そこで考案されたのが複合航法システムであり、ここでいう複合航法とは INS とその他の航法システムを組み合わせ、推定理論に基づき最適な航法を行おうとするものである。そこで考案されたのが複合航法システムであり、ここでいう複合航法とは INS とその他の航法システムを組み合わせ、推定理論に基づき最適な航法を行おうとするものである。

### 1.3 研究の目的

本研究では、GPS の外部情報から得られる位置、速度そして INS から出力される位置、速度の時系列データから移動体の位置、速度誤差、さらにセンサの誤差の推定を行い、どれくらい信頼性のある航法システムを構築できるかを評価する。

そして様々な環境を考えて、C 言語や MATLAB でプログラミングし、シミュレーションを行いながら評価し、複合航法の精度を高めていく。

また精度がよい慣性センサほど価格が高くなるのだが、民間航空機で使用されている INS 用のジャイロは Ring Laser Gyro (RLG) と呼ばれ、数千万円する。このような高価なセンサを用いずに価格の低い、比較的精度の悪いセンサを用いることを想定する。さらに GPS においても比較的精度の悪い受信機を用いて単独測位を行った場合を想定し、低コストにおける GPS/INS 複合航法システムの実現可能性を調査する。

## 第2章

### GPSの概要

#### 2.1 GPS衛星

##### 2.1.1 GPS衛星の概要

GPSは地上の管理システム(制御部)と衛星(宇宙部)と利用者の受信機で構成される。利用者は衛星が送信する電波を受信することにより位置を測定する。位置の測定は実時間でおこなえる上、利用者数にも制限はない。

衛星は高度2万キロメートル、傾斜角約55度、点間隔60度の6軌道を周る周回衛星である。各軌道に衛星を4機ずつ投入し、24衛星で運用されているが、現在は29衛星が作動している。衛星の周回周期は約11時間56分4秒毎でその2倍の周期で同じ衛星の配置が上空に現れることとなり、1年後の同じ場所、時刻において同じ配置に戻るようになる。実際には、軌道が随時変更されており決まっていないが、衛星を据えるのに必要とする程度の精度であれば、1ヶ月程前の軌道情報で予測できる。衛星の軌道と位置は、2m以下の精度で管理されている。衛星自体かなり大きいので、電波を送信している衛星が描く軌道を管理する必要がある。今は2時間間隔で更新される高い精度を持った軌道情報を各衛星が12.5分の周期で放送している。地上には数箇所の管制システムを設置し、衛星の軌道を高い精度で管理している。図2-1にGPS衛星の軌道概念図を示す。

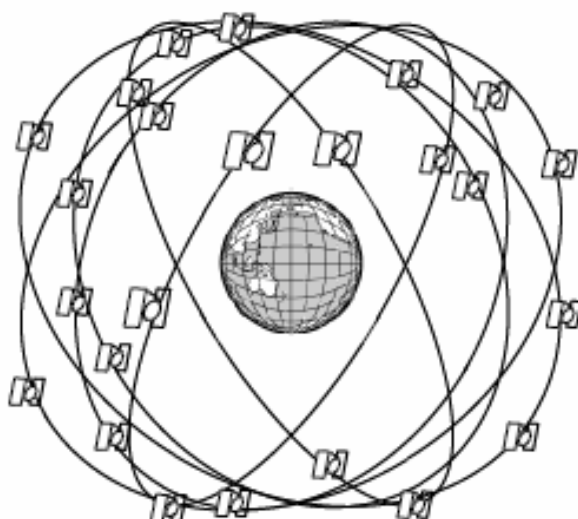


図 2-1 : GPS 衛星軌道の概念図

各衛星は 10.23MHz の基準発信機を持っており、その 154 倍の  $L1=1575.42\text{MHz}$  と 120 倍の  $L2=1227.6\text{MHz}$  の 2 周波の右旋円偏波を地球全体に向けて発信している。前衛星が同一の周波数を持ち、C/AコードとP(Y)コードによる測位で、SPS (Standard Positioning Service) と呼ばれている。P(Y)コードによる測位はPPS (Precise Positioning Service) と呼ばれるが、これは米軍関係者のみが使用可能である。衛星からコードに載せて送信される航法データは衛星軌道情報 (ephemeris)、衛星時計の情報、電離層補正データ、他の衛星の位置情報 (almanac) 等である。

衛星の軌道要素などには WGS84 (World Geodetic System) の測地系が用いられている。WGS84 は米国の (DMA : Defense Mapping Agency) が、米国と世界各国が測定した色々な測量結果を用いて 1984 年に決定した世界規模の測地系である。表 2-1 に GPS 衛星の主要諸元を示す。

表 2-1 GPS 衛星の主要諸元

衛星数	4 機 × 6 軌道 = 24 機
軌道半径	約 26.561m
周回周期	約 11 時間 58 分 2 秒 約 0.5 恒星時
軌道傾斜角	55 °
設計寿命	7.5 年

搬送波周波数	L1=1.575.42MHz (154 × 10.23MHz) L2=1.227.6MHz (120 × 10.23MHz)
コードの種類	ゴールド符号

測地系	WGS-84
-----	--------

GPSではGPSタイムと称する固有の時刻が管理され、この時刻の下に運用されている。各衛星には $10^{-13}$ の安定性を持つセシウム原子時計と、幾分精度が劣る予備のルビジウム原子時計が各々2基搭載されている。この原子時計の時刻は地上の管制システムで管理し、補正情報を高精度軌道情報と同様に対応衛星から放送している。GPSタイムは1秒単位で、1週間でゼロに戻り、周波数は10ビットで計算されている。従って、1024週でゼロに戻る。世界の標準時刻としてはUTC（協定世界時：Coordinated Universal Time）が知られているが、これとの違いも管理されている。また衛星の時計が刻む時刻の進みが、衛星位置の重力ポテンシャルの違いで生ずる相対論的効果で変化し、この変化も含めた時刻補正情報が管理されている。そして、これらの情報は航法データとして送信される。

2.1.2 GPS衛星からの信号

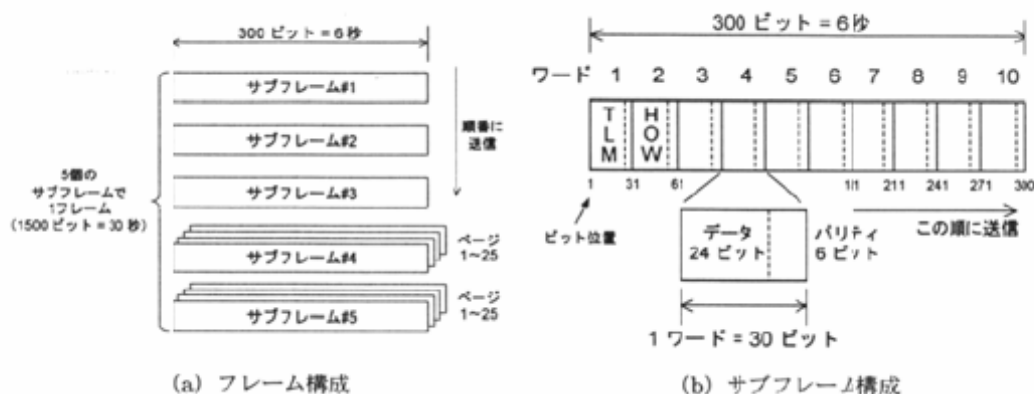


図 2-2：航法メッセージのフォーマット



ユーザが測位計算を実行するためには、GPS 衛星の位置を知っておかなければならない。このため、GPS 衛星は測位信号に軌道情報を含んでいる航法メッセージというデータを載せている。航法メッセージのデータ速度は 50bps である。

航法メッセージの 1 サイクルはフレームという単位で呼ばれ、図 2-2 (a) のような構造になっている。1 フレームは 1500 ビットなので、これを送信するには 30 秒の時間がかかる。フレームは 5 組のサブフレーム (各 300 ビット) から構成されており、サブフレーム 1~3 は送信している衛星自身のクロック補正情報や軌道情報(エフェメリス)が含まれており、毎回同じ内容が繰り返し送信される。これに対してサブフレーム 4 および 5 により送信されるデータはそれぞれページ 1~25 に分割されており、フレームごとに異なるページの内容が順番に送られる。すべてのページの内容を送信するには 25 フレームを必要とし、航法メッセージの全情報を得るには 12 分 30 秒の時間がかかることになる。

サブフレームの内部は図 2-2 (b) のようにワードという単位に分割されている。1 ワードは 30 ビットで 1 サブフレームは 10 ワードに対応し、各ワードは 24 ビットのデータ部とパリティチェック用の 6 ビットから構成される。サブフレームの先頭には TLM( telemetry ) ワード、続けて HOW ( hand over ) ワードが送信されることとされており、TLM ワードには同期用のパターン、HOW ワードには GPS 信号の時刻情報が含まれている。

2.1.3 各衛星の状態 (サブフレーム 1)

航法メッセージのサブフレーム 1 には、メッセージを送信している衛星自体の状態を表す数値やクロック補正係数が収められている。(表 (2-2)。「スケール」は航法メッセージとして格納されている数値 (ビットの並び順は先に送信されているほうが上位ビットで、小数点の位置は最下位ビットの右) から本来の数値に変換するための係数を表し、スケールが n の時、メッセージ中に値に  $2^n$  を乗じると本来の数値が得られる。符号付きの数値については、2 の補数により表現できる。

$SV_{health}$  は衛星の状態を表すコードで、0 以外の場合は何らかの異常があることを示す。URA はその衛星により擬似距離を測定した場合の測距精度の目安で、15 の場合はやはり何らかの異常があることを意味する。 $T_{GD}$  は民間用 L1 信号の郡遅延、ユーザが測定して擬似距離は  $T_{GD}$  だけ長くなっていることを意味する。

表 2-2: サブフレーム 1

ワード	ビット位置	ビット数	内容	スケール	符号	単位
1	1	22	TLM	テレメトリワード		
2	31	22	HOW	ハンドオーバーワード		
3	61	10	WN	周波数	0	
	73	4	URA	測距精度		
	77	6	SVhealth	衛星健康状態		
	83	2 MSB	IODC	クロック情報番号		
7	197	8	TGD	郡遅延	-31	○ s
8	211	8 LSB	IODC	クロック情報番号		
	219	16	toc	エポック時刻 (クロック)	4	s
9	241	8	af2	クロック補正係数	-55	○ s/s <sup>2</sup>
	249	16	af1	クロック補正係数	-43	○ s/s
10	271	22	af0	クロック補正係数	-31	○ s

その他のパラメータは、衛星に搭載されているクロックの補正に使用される。GPS 衛星には原子時計が搭載されており、正確なタイミングで測距信号を送信しているが、ごく小さな誤差は避けられない。このため、クロックの誤差を制御局で推定した上で、航法メッセージの一部として放送し、ユーザ側で補正することとなっている。

$t_{oc}$  はこの補正の基準となる時刻で、週の始めから経過時間で表される。クロックの補正は2次式で行われ、 $a_{f0}, a_{f1}, a_{f2}$  の3つのパラメータが用意されている。先の郡遅延パラメータ  $T_{GD}$  も考慮に入れると、側距信号が送信された時刻  $t_t$  には次の補正を加えることとなる。

$$\Delta t_t = -\left\{ a_{f0} + a_{f1}(t - t_{oc}) + a_{f2}(t - t_{oc})^2 + \Delta t_r - T_{GD} \right\} \quad (2-1)$$

$\Delta t_r$  は相対論的効果の補正のために必要な項で、衛星軌道パラメータより、

$$\Delta t_r = -\frac{2e\sqrt{u_e A}}{c^2} \sin E \quad (2-2)$$

として求める。 $c$  は光速、 $e$  は離心率、 $A$  は軌道半径（エフェメリスデータより）、 $E$  は離心近点角（後に説明する）、地球重力定数としては、 $u_e = 3.986005 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$  を用いる。IODC は以上のクロック補正情報のバージョン番号を表しており、クロック補正情報が更新されると IODC が変化するため、ユーザは補正情報の内容を比較しなくても更新の有無を知ることが出来る。

2.1.4 軌道情報（エフェメリス）

表 2-3：サブフレーム 2

ワード	ビット位置	ビット数	内容	スケール	符号	単位
1	1	22	TLM	テレメトリワード		
2	31	22	HOW	ハンドオーバーワード		
3	61	8	IODC	軌道情報番号	8	
	69	16	$C_{rs}$	軌道補正係数	-5	○ m
4	91	16	$\Delta n$		-31	○ sc/s
	107	8 MSB	$M_0$	平均近点角	-31	○ sc
5	121	24 LSB				
6	151	16	$C_{uc}$	軌道補正係数	-29	○ rad
	159	8 MSB	$e$	離心率	-33	
7	181	24 LSB				
8	211	16	$C_{us}$	軌道補正係数	-29	○ rad
	227	8 MSB	$\sqrt{A}$	軌道半径	-19	m <sup>1/2</sup>
9	241	24 LSB				
10	271	16	$t_{oe}$	エポック時刻（軌道）	4	s

表 2-4: サブフレーム 3

ワード	ビット位置	ビット数	内容	スケール	符号	単位
1	1	22	TLM			
2	31	22	HOW			
3	61	16	$C_{ic}$	-29	○	rad
	77	8 MSB	$\Omega_0$	-31	○	sc
4	91	24 LSB				
5	121	16	$C_{is}$	-29	○	rad
	139	8 MSB	$i_0$	-31	○	sc
6	151	24 LSB				
7	181	16	$C_{rc}$	-5	○	m
	197	8 MSB	$\omega$	-31	○	sc
8	211	24 LSB				
9	241	24	$\dot{\Omega}'$	-43	○	sc/s
10	279	14	$\dot{i}'$	-43	○	sc/s

サブフレーム 2 および 3 には、各衛星の軌道情報が格納されている。その内容は表 2-3、2-4 のとおりで、GPS 衛星の軌道は基本的にいわゆる軌道の 6 要素により表現され、さらに精度を上げるための補正パラメータが追加されている。これらの情報はエフェメリス (ephemeris) と呼ばれ、任意の時刻における GPS 衛星の位置を計算できるようになっている。

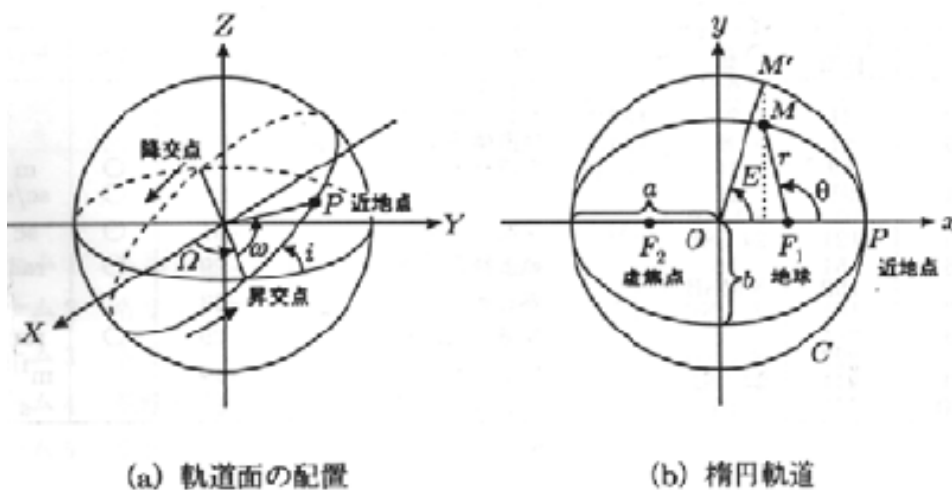


図 2-3: 人工衛星の軌道

- ・ 昇交点赤経 (right ascension of the ascending node ;  $\Omega$ ) : 原点と昇交点を結ぶ直線と基準となる X 軸との間の角度。半時計回りに測る。
- ・ 軌道傾斜角 (inclination angle ;  $i$ ) : 軌道面の、赤道面に対する傾斜の角度。昇交点から原点を見たときの反時計方向を正とする。静止衛星では0度、GPS の場合は 55 度。
- ・ 近地点引数 (argument of perigee ;  $\omega$ ) : 原点から見た近地点の方向を示すパラメータで昇交点を基準とした角度で表す。
- ・ 軌道長半径 (semi major axis ;  $a$ ) : 楕円の長径。短径  $b$  とは、 $b = a\sqrt{1-e^2}$  の関係にある。
- ・ 離心率 (eccentricity ;  $e$ ) : 楕円の扁平さを表すパラメータで、 $0 \leq e < 1$  の範囲にあり、 $e$  が小さいほど真円に近くなる。  $e = 0$  は円、 $e = 1$  は放物線を表す。
- ・ 真近点角 (true anomaly ;  $\theta$ ) : ある特定の時刻 (エポック) における人工衛星の位置を表すために用いる。近地点を基準として、焦点の周りに反時計回りに測った角度とする。

以上の 6 つのパラメータを軌道の 6 要素といい、人工衛星の軌道を記述する際に用いられる (図 2-3)。ただ、真近点角は時刻との関係が線形にならないことから扱いにくいので、GPS 衛星の位置を計算する際には平均近点角が用いられる。平均近点角 (mean anomaly)  $M$  はケプラー方程式

$$M = E - e \sin E \quad (2-3)$$

から求められる。ここで  $E$  は楕円の中心周りに測った角度で、離心近点離角 (eccentric anomaly)  $E$  といい、真近点角との間に、

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{\sqrt{1-e^2} \sin E}{1-e \cos E}, \\ \cos \theta &= \frac{\cos E - e}{1-e \cos E} \end{aligned} \quad (2-4)$$

の関係がある。平均近点離角を用いると、エポック時刻  $t_0$  における平均近点角の初期値を  $M_0$  としたとき、時刻  $t$  における平均近点離角  $M(t)$  は、

$$M(t) = M_0 + n(t - t_0) \quad (2-5)$$

と表せる。ここで、平均運動 (mean motion)  $n_0$  は、

$$n_0 = \sqrt{\left(\frac{\mu_e}{A^3}\right)} \quad (2-6)$$

であるので  $n$  は、

$$n = n_0 + \Delta n \quad (2-7)$$

となり、平均運動の補正值となる。なお、 $M(t) = M_0 + 2\pi$  とすると、衛星が軌道を一周する時間、すなわち周回周期  $T$  (period of revolution) が、

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{A^3}{\mu_e}} \quad (2-8)$$

と求められる。航法メッセージから GPS 衛星の位置を計算するには、まず衛星の位置を計算する時刻  $t$  と、エポック時刻  $t_{oe}$  との差から平均近点角  $M_k$  を計算する。

$$t_k = t - t_{oe} \quad (2-9)$$

$$M_k = M_0 + nt_k \quad (2-10)$$

式 2-3 のケプラー方式を使用して、離心近点角  $E_k$  を求める。

$$E_k = M_k + e \sin E_k \quad (2-11)$$

この式 2-11 は「超越方程式」と呼ばれ、解析的に解けないので、 $E_0 = M_k$  として、逐次近似法を用いてもとめる。ほとんど 10 回程度計算すると十分な近似値が得られる。

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 + e \sin E_0 \\ E_2 &= E_0 + e \sin E_1 \\ &\vdots \\ E_{i+1} &= E_0 + e \sin E_i \end{aligned} \quad (2-12)$$

$$|E_{i+1} - E_i| = \min$$

$E_k$  が求まると、式 2-4 を使用し真近角  $\theta_k$  を求める。

後は、軌道面内における衛星の位置を計算して、ECEF 座標系 (earth centered-earth fixed) に変換すればよい。真近点角は近地点が基準であるから、これを昇交点を基準とした回転角  $\phi_k$  に変換する。

$$\phi_k = \theta_k + \omega \quad (2-13)$$

回転角と軌道補正係数  $C$  を使用して、昇交点からの角度  $\mu_k$ 、地心距離  $r_k$ 、軌道傾斜角  $i_k$  を計算する。

$$\begin{bmatrix} \mu_k \\ r_k \\ i_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_k \\ A(1 - e \cos E_k) \\ i_0 + i' t_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{uc} & C_{us} \\ C_{rc} & C_{rs} \\ C_{ic} & C_{is} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 2\phi_k \\ \sin 2\phi_k \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

最後に、昇交点赤径を求め、ECEF 直交座標系に変換する。

$$\Omega_k = \Omega_0 + (\Omega' - \Omega'_e) t_k - \Omega'_e t_{oe} \quad (2-15)$$

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Omega_k & -\sin \Omega_k \cos i_k \\ \sin \Omega_k & \cos \Omega_k \cos i_k \\ 0 & \sin i_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_k \cos u_k \\ r_k \sin u_k \end{bmatrix} \quad (2-16)$$

地球自転角速度は、 $\Omega'_e = 7.2921151467 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$  である。以上により、任意の時刻における GPS 衛星の位置を計算できる。IODE は IODC と同様にエフェメリス情報のバージョン番号を意味する。また、エフェメリス情報の角度の単位としては半円 (sc=semi-circle; 1sc= rad) が用いられており、円周率は 3.1415926535898 を用いる。

### 2.1.5 軌道情報 (アルマナック)

サブフレーム 1~3 が航法メッセージを送信している衛星自身の情報しか含まないのに対して、サブフレーム 4 および 5 には全衛星に関係した情報が収められており、どの衛星も同じ情報を放送している。これらの情報はデータ量が多いためページ単位に分割されているのは前述のとおりで、どちらのサブフレームも 1~25 のいずれかのページが順番に送信される。

図 2 - 5 : 航法メッセージ(アルマナック)

ワード	ビット位置	ビット数	内容	スケール	符号	単位
1	1	22	TLM	テレメトリワード		
2	31	22	HOW	ハンドオーバーワード		
3	63	6	SV ID	衛星番号		
	69	16	e	離心率	-21	
4	91	8	toa	エポック時刻(アルマナック)	12	s
	99	16	$\delta i$	軌道傾斜角	-19	○ sc
5	121	16	$\Omega'$	$\Omega 0$ の変化率	-38	○ sc/s
	137	8	SVhealth	衛星健康状態		
6	151	24	$\sqrt{A}$	軌道半径	-11	m <sup>1/2</sup>
7	181	24	$\Omega 0$	昇交点赤経	-23	○ sc
8	211	24	$\omega$	近地点引数	-23	○ sc
9	241	24	MO	平均近点角	-23	○ sc
10	271	8 MSB	af0	クロック補正係数		
	279	11	af1	クロック補正係数	-38	○ s/s
	290	3 LSB	af2	クロック補正係数	-20	○ s

全衛星分の概略の軌道情報はアルマナック情報と呼ばれ、サブフレーム 4 のページ 2~5 および 7~10、サブフレーム 5 のページ 1~24 に収められている。合計 32 ページで、32 機の衛星に対応する。アルマナック情報の内容は表 2-5 のとおりで、クロック補正情報およびエフェメリス情報の一部から構成される。同じパラメータでもエフェメリス情報に比べてビット数が減らされており、衛星の補足に最低限必要な情報に抑えられている。アルマナック情報のエポック時刻は  $t_{0a}$  で規定される。

### 2.1.6 電離圏補正係数

高度 100km 以上に分布する電離層には GPS の使用するマイクロ波帯の電波の進行を遅くさせる働きがあり、これにより生じる電離層遅延についてはあらかじめ決められたモデル式により遅延量を推定することになっている。補正するための情報はサブフレーム 4 のページ 18 に収められている(表 2-6)。  $\alpha_0 \dots \alpha_3, \beta_0 \dots \beta_3$  の合計 8 個のパラメータ j によって、全世界の電離層を補正するもので、この電離層補正係数はすべての衛星に共通である。

表 2-6：航法メッセージ

ワード	ビット位置	ビット数	内容	スケール	符号	単位	
1	1	22	TLM	テレメトリーワード			
2	31	22	HOW	ハンドオーバーワード			
3	63	6	SV ID	ページID=56			
	69	8	$\alpha_0$	電離層補正係数	-30	○	s
	77	8	$\alpha_1$	電離層補正係数	-27	○	s/sc
4	91	8	$\alpha_2$	電離層補正係数	-24	○	s/sc <sup>2</sup>
	99	8	$\alpha_3$	電離層補正係数	-24	○	s/sc <sup>3</sup>
	107	8	$\beta_0$	電離層補正係数	11	○	s
5	121	8	$\beta_1$	電離層補正係数	14	○	s/sc
	129	8	$\beta_2$	電離層補正係数	16	○	s/sc
	137	8	$\beta_3$	電離層補正係数	16	○	s/sc <sup>2</sup>
6	151	24	A <sub>1</sub>	UTCパラメータ	-50	○	s/sc <sup>3</sup>
7	181	24 MSB	A <sub>0</sub>	UTCパラメータ	-30	○	s
8	211	8 LSB					
	219	8	T <sub>st</sub>	エポック時刻 (UTC)	12		s
	227	8	WN <sub>t</sub>		0		weeks
9	241	8	$\Delta t_{LS}$	現在の閏秒	0		s
	249	8	WN <sub>LSF</sub>	閏秒の更新週	0		weeks
	257	8	DN	閏秒の更新日	0		days
10	271	8	$\Delta t_{LSF}$	更新後の閏秒	0		s

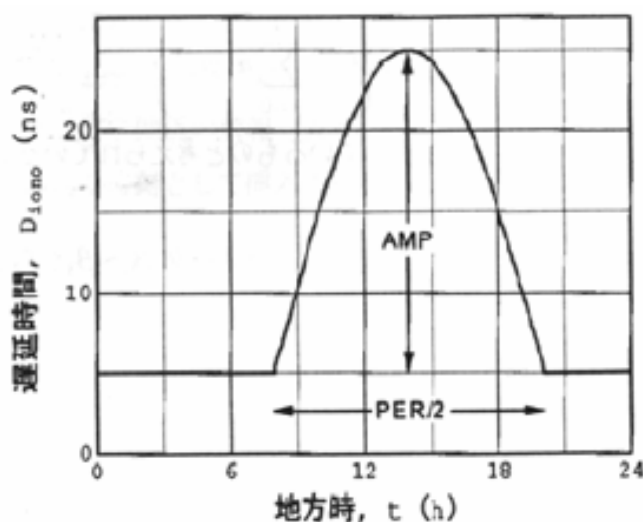


図 2-4：電離層遅延モデル（コサインモデル）

電離層の1日の変化はかなり複雑な形をしているが、これを5nsの一定遅延量と地方時の14時にピークを持つ余弦関数の上半分とを組み合わせた曲線で簡略化する（図2-4）。以下にそのモデル式を示す。

$$T_{iono}(t_L) = \begin{cases} F \left[ 5 \times 10^{-9} + AMP \left( 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} \right) \right] & , |x| < 1.57 \\ 5 \times 10^{-9} F & , |x| \geq 1.57 \end{cases} \quad (2-17)$$



このモデル式はコサインモデルと呼ばれている。式 2-17 の  $x$  はコサイン関数の位相を表しており、

$$x = \frac{2\pi(t_L - 14 \times 3600)}{PER} \quad (2-18)$$

より計算する。 $t_L$  は、衛星から送信された電波が電離層に入射する位置 (pierce point) における地方時で、GPS 時刻  $t$  との関係は

$$t_L = 12 \times 3600 \lambda_i + t \quad (2-19)$$

である ( $\lambda_i$  は電波と電離層が交わる点の経度)。AMP はコサイン波の振幅を表し、電離層遅延パラメータ  $\alpha_0 \cdots \alpha_3$  より

$$AMP = \sum_{i=3}^3 \alpha_i \Phi_m^i \quad (2-20)$$

として計算される。電離層に関する現象は地磁気に関係していると考えられるため、磁気緯度  $\Phi_m$  [rad] が使用される。磁気緯度  $\Phi_m$  [rad] は受信機の地理座標 ( $\phi_u, \lambda_u$ ) と、衛星仰角  $EL$  と衛星の方位角  $AZ$  より求めることが出来る。まず、受信機の位置と、電波が電離層と交わる位置の地球中心を原点とする角度をもとめる (角度はすべて半円 (semi-circle) とする)。

$$\psi = \frac{0.00137}{EL + 0.11} - 0.022 \quad [sc] \quad (2-21)$$

この角度から、電波と電離層が交わる点の緯度を求める。

$$\phi_{i0} = \phi_u + \psi \cos AZ \quad [sc] \quad (2-22)$$

$$\phi_i = \begin{cases} \phi_{i0} & |\phi_{i0}| \leq 0.416 \\ 0.416 & \phi_{i0} > 0.416 \\ -0.416 & \phi_{i0} < -0.416 \end{cases} \quad [sc] \quad (2-23)$$

次に電波と電離層が交わる点の経度を求める。

$$\lambda_i = \lambda_u + \frac{\psi \sin AZ}{\cos \phi_i} \quad [sc] \quad (2-24)$$

上記で求めた電波が電離層に入射する位置座標 ( $\phi_i, \lambda_i$ ) より、磁気緯度  $\Phi_m [sc]$  を求める。

$$\Phi_m = \phi_i + 0.064 \cos(\lambda_i - 1.617) \quad [sc] \quad (2-25)$$

最後に F を求める。これは、電波が天頂方向からでなく斜め方向から電離層に入射するために電離層の通過距離が長くなる影響を考慮するためのもので、衛星仰角  $EL$  から求められる。実際の GPS 受信機では、近似式として以下の式を使用している。

$$F = 1.0 + 16.0(0.53 - EL)^3 \quad (2-26)$$

図 2-5 にこの電離層遅延モデルを使用した場合の衛星仰角と遅延増加率の関係を示す。天頂方向の遅延が 0 となり、仰角が低くなるほど遅延増加率は増加することが分かる。これは、前述したように、仰角が低くなるにつれ、電波が電離層を通過する距離が長くなる影響である。

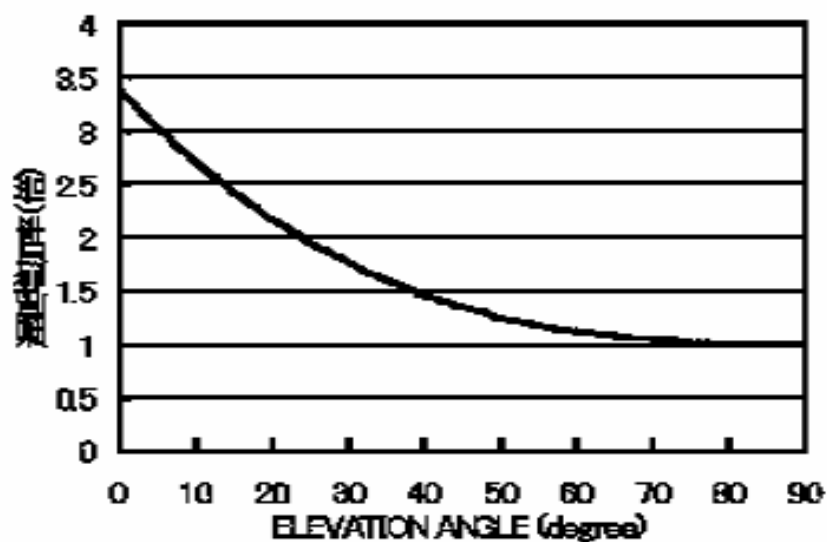


図 2-5 : 衛星仰角と電離層遅延増加率の関係

## 2.1.7 UTC

GPSが基準とする時系はGPS時刻と呼ばれ、GPS時刻と呼ばれ、GPS衛星および地上のMCS(主統制局)はすべてこの時系にしたがって稼働している。GPS時刻はMCSに設置されているセシウム原子時計により管理されていますが、そのベースとなっているのは米海軍天文台(USNO; US Naval Observatory)が管理している原子時計である。ユーザがGPS受信機により得る時計はGPS時刻が基準となるので、USNO時刻にも同期していることになる。

サブフレーム4のページ18には、GPS時刻とUTC(協定世界時)との関係を表す変換パラメータが格納されている。この情報を利用すれば、受信機側でUTCやJST(日本標準時)が得られる。GPS時刻 $t$ からUTCによる時刻 $t_{UTC}$ への変換は、次式により行う。

$$t_{UTC} = t - \Delta t_{UTC} \quad (2-27)$$

$$\Delta t_{UTC} = \Delta t_{LS} + A_0 + A_1(t - t_{ot}) \quad (2-28)$$

$A_0, A_1$ はUSNO原子時計のUTCに対するズレをあらわしており、エポック時刻 $t_{ot}$ からの経過時間の1次式により補正する。 $\Delta t_{LS} = 13s$ である。うるう秒は不定期に実施されることから、GPS衛星が放送するUTC関係(表2-6)の情報には次回のうるう秒の更新予定日が含まれている。

## 2.2 測位計算

## 2.2.1 ユーザ位置計算

衛星 $i$ と受信機との間の距離の測定値を $r_i$  [m]と書くことにする。これは正確な距離 $\rho_i$  [m]に受信機の時計の進み $\delta$  [s]による誤差が加わって測定されたものであることから擬似距離(pseudorange)と呼ばれ、 $r_i = \rho_i + c\delta = \rho_i + s$ の関係にある。受信機の時計が進んでいると、測距信号が到着する時間に本来よりも進んだ時刻が観測されるため、見かけ上余分に時間がかかったことになり、距離の測定結果が長めとなる。

衛星の位置は既知として、測定した擬似距離から受信機位置をも求めることを考える。衛星と受信機との正確な距離 $\rho_i$ は、受信機位置を $(x, y, z)$ 、衛星 $i$ の位置を $(x_i, y_i, z_i)$ とすると、

$$\rho_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} \quad (2-29)$$

と表される(単位はすべて[m])。可視衛星数が $N$ のとき、擬似距離と本来の距離との関係より、受信機位置 $X$ を求めるためには、連立方程式

$$\begin{aligned}
 r_1 &= \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} + s \\
 r_2 &= \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} + s \\
 &\vdots \\
 r_N &= \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} + s
 \end{aligned}
 \tag{2-30}$$

を、 $x, y, z, s$  についてとけばよい。3次元の位置を知るためには未知数は最低3つとなるが、式2-30では受信機の時計誤差 $\delta$ も未知数として扱われているため未知数は合計4つとなり、これを解くには最低4つの方程式が必要となる。したがって、4個以上の衛星を使用して擬似距離を測定する必要がある。

連立方程式2-31のそれぞれの式は、2乗すると球面を表す式になる。幾何学的には、受信位置 $x, y, z$ はこれらの球面の交点として求めることができる。正しく距離が測定されていれば4つの球面は1点で交わるはずだが、擬似距離は受信クロック誤差 $s = c\delta$ だけ長く測定されているから、1点では交わらない。このため、図2-6のように球面が1点で交わるように $s$ を変化させて球の大きさを調節すると、その時の交点として受信機位置が求められる。5個以上の衛星を使用する場合はそれでも1点では交わらないので、受信機位置 $x, y, z$ と各球面の距離の二乗和が最も小さくなるように $s$ を調整する(最小二乗法)。

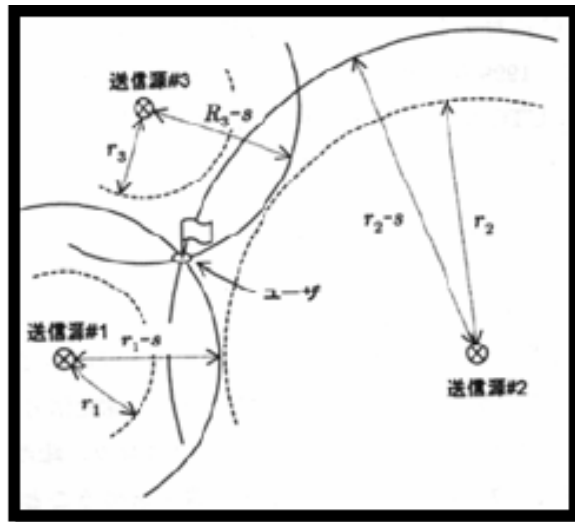


図2-6：球面の交点として位置を求める

式2-31は非線形の連立方程式であるため、通常は適当な初期値のまわりで線形化をおこない、逐次近似法により解を得る。いかにその手順を示す。

- (1)  $x, y, z, s$  について適当な初期値  $x^0, y^0, z^0, s^0$  を用意する。
- (2)  $x^0, y^0, z^0, s^0$  としたときに擬似距離として測定されるべき値を計算する。

$$\begin{aligned}
 r_1^0 &= \sqrt{(x_1 - x^0)^2 + (y_1 - y^0)^2 + (z_1 - z^0)^2} + s^0 \\
 r_2^0 &= \sqrt{(x_2 - x^0)^2 + (y_2 - y^0)^2 + (z_2 - z^0)^2} + s^0 \\
 &\vdots \\
 r_N^0 &= \sqrt{(x_N - x^0)^2 + (y_N - y^0)^2 + (z_N - z^0)^2} + s^0
 \end{aligned} \tag{2-31}$$

- (3) 実際に測定された擬似距離  $r_i$  に対して、残差  $\Delta r_i = r_i - r_i^0$  を求める。
- (4)  $x^0, y^0, z^0, s^0$  をこの残差に相当する分だけ修正すれば、正しい解に近づくことができる。このためには、 $r_i$  の  $x, y, z, s$  による偏微分

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial r_i}{\partial x} &= -(x_i - x^0)/r_i^0, & \frac{\partial r_i}{\partial y} &= -(y_i - y^0)/r_i^0, \\
 \frac{\partial r_i}{\partial z} &= -(z_i - z^0)/r_i^0, & \frac{\partial r_i}{\partial s} &= 1
 \end{aligned} \tag{2-32}$$

を用いる。 $x^0, y^0, z^0, s^0$  の変化量を  $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta s$  と書くと、

$$\begin{aligned}
 \Delta r_1 &= \frac{\partial r_1}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial r_1}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial r_1}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial r_1}{\partial s} \Delta s \\
 \Delta r_2 &= \frac{\partial r_2}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial r_2}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial r_2}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial r_2}{\partial s} \Delta s \\
 &\vdots \\
 \Delta r_N &= \frac{\partial r_N}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial r_N}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial r_N}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial r_N}{\partial s} \Delta s
 \end{aligned} \tag{2-33}$$

という連立方程式が得られる。 $\Delta r_i$  は分かっているから、この連立方程式を  $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta s$  について解けばよい。

- (5) 得られた  $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta s$  を初期値として与えた  $x^0, y^0, z^0, s^0$  に加えて、初期値を変更する。

$$\begin{aligned} x^1 &= x^0 + \Delta x, & y^1 &= y^0 + \Delta y, \\ z^1 &= z^0 + \Delta z, & s^1 &= s^0 + \Delta s, \end{aligned} \tag{2-34}$$

- (6) 初期値を  $x^1, y^1, z^1, s^1$  に更新して、(2)に戻る。以上の手順を  $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta s$  が十分に小さくなるまで繰り返す。

このような手順で解を求めることが出来る。通常はそれほど厳密な初期値は必要なく、数回程度の繰り返しで正しい解に収束する。

手順(4)の方程式の解法を紹介する。取り扱いを簡単にするために方程式を行列により表現する。ベクトル  $\Delta X = [\Delta x \ \Delta y \ \Delta z \ \Delta s]^T$ ,  $\Delta R = [\Delta r_1 \ \Delta r_2 \ \dots \ \Delta r_N]^T$  を利用すると、(4)の方程式は、

$$G\Delta X = \Delta R \tag{2-36}$$

と簡単に書くことが出来る。行列  $G$  は、

$$G = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial x} & \frac{\partial r_1}{\partial y} & \frac{\partial r_1}{\partial z} & \frac{\partial r_1}{\partial s} \\ \frac{\partial r_2}{\partial x} & \frac{\partial r_2}{\partial y} & \frac{\partial r_2}{\partial z} & \frac{\partial r_2}{\partial s} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial r_N}{\partial x} & \frac{\partial r_N}{\partial y} & \frac{\partial r_N}{\partial z} & \frac{\partial r_N}{\partial s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(x_1 - x)}{r_1} & \frac{-(y_1 - y)}{r_1} & \frac{-(z_1 - z)}{r_1} & 1 \\ \frac{-(x_2 - x)}{r_2} & \frac{-(y_2 - y)}{r_2} & \frac{-(z_2 - z)}{r_2} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{-(x_N - x)}{r_N} & \frac{-(y_N - y)}{r_N} & \frac{-(z_N - z)}{r_N} & 1 \end{bmatrix} \tag{2-36}$$

で、GPS 衛星と受信機の相対的な位置関係により決まる。式 2-35 の連立方程式の解は、方程式が 4 つ ( $G$  が  $4 \times 4$  の正方行列の場合) であれば、 $G$  の逆行列を求めることで得られる。

$$\Delta X = G^{-1} \Delta R \tag{2-37}$$

方程式が 5 つ以上(測位に使用する衛星が 5 つ以上)ある場合は未知数よりも方程式のほうが

数が多いことになる。これは、「過剰決定の状態」と呼ばれ、実際式 2-38 の左辺には誤差  $\varepsilon_i$  が含まれており、

$$G\Delta X + \varepsilon = \Delta R \quad (2-38)$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix} \quad (2-39)$$

となる。そこで、このときの誤差  $\varepsilon_i$  の二乗和を最小にするように解を決定する。これを「最小二乗法」と呼ぶ。まず式 2-38 を

$$\varepsilon = \Delta R - G\Delta X \quad (2-40)$$

と書き直す。このとき誤差  $\varepsilon$  の二乗和  $f$  は、

$$\begin{aligned} f &= \sum_{i=1}^N (\varepsilon_i)^2 \\ &= \varepsilon^T \varepsilon \\ &= (\Delta R - G\Delta X)^T (\Delta R - G\Delta X) \\ &= \Delta R^T \Delta R - 2\Delta R^T G\Delta X + \Delta X^T (G^T G)\Delta X \end{aligned} \quad (2-41)$$

で表すことができる。ここで  $T$  は転置行列  $f$  を最小にするために変数  $\Delta X$  で偏微分して極値を求めると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \Delta X} &= -2\Delta R^T G + 2\Delta X^T (G^T G) = 0 \\ \Delta X^T (G^T G) &= \Delta R^T G \end{aligned} \quad (2-42)$$

となり、両辺の転置をとり、 $(AB)^T = B^T A^T$  という性質と  $(G^T G)$  が対称行列であることから、

$$(G^T G)\Delta X = G^T \Delta R \quad (2-43)$$

となる。これを「正規方程式」と呼び、 $\Delta X$  について解けば、

$$\Delta X = (G^T G)^{-1} G^T \Delta R \quad (2-44)$$

と最小二乗解が得られる。得られた  $\Delta X$  を更新量とする。

### 2.2.2 共分散行列

定点において連続的に GPS 測位を行うと測位点は一点に集まることなく、必ず散らばってしまふ。これはコードの立ち上がりの勾配が急峻でないことや伝搬経路上での問題で到着時間が揺らぐことが原因とされている。式 2-35 では概略位置の補正值  $\Delta X$  が最小となるよう擬似距離の値を逐次的に修正して測位点の位置を求めることが出来た。 $\Delta X$  の収束値はゼロを中心とする真の位置から偏位をしめしているの、これに転置行列  $\Delta X^T$  をかけることによって、 $(x, y, z)$  方向への分散が求めることが出来る。

$$\begin{aligned} \Delta X \Delta X^T &= (G^T G)^{-1} G^T \Delta R \Delta R^T \\ &= (G^T G)^{-1} \Delta R \Delta R^T \\ \Delta R \Delta R^T &= \sigma^2 \end{aligned} \quad (2-45)$$

ここで  $\Delta R \Delta R^T$  は擬似距離測定における誤差の分散  $\sigma^2$  (擬似距離の分散) であるから、 $(G^T G)^{-1}$  は擬似距離測定誤差の測位誤差への拡大係数と考えることができる。以下で分かりやすくするために

$$H = (G^T G)^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}^2 & \sigma_{xy}^2 & \sigma_{xz}^2 & \sigma_{xs}^2 \\ \sigma_{yx}^2 & \sigma_{yy}^2 & \sigma_{yz}^2 & \sigma_{ys}^2 \\ \sigma_{zx}^2 & \sigma_{zy}^2 & \sigma_{zz}^2 & \sigma_{zs}^2 \\ \sigma_{sx}^2 & \sigma_{sy}^2 & \sigma_{sz}^2 & \sigma_{ss}^2 \end{bmatrix} \quad (2-46)$$

とする。ここで行列  $H$  は共分散行列と呼ばれ、各変数間  $(x, y, z, s)$  の誤差の相互関係(分散)を表している。この共分散行列より RMS(Root Mean Square)位置誤差は

$$RMS \text{ position error} = \sigma^2 (H_{11} + H_{22} + H_{33}) \quad (2-47)$$

として計算でき、誤差を表す指標として有効である。

### 2.2.3 DOP (Dilution of Precision)

測位精度を決める要因としては、(1) 擬似距離の測定精度 (測距精度)、(2) 利用者と衛



星との幾何学的位置関係 (DOP) の 2 つがある。(1) については、前述の  $\sigma$  が表している。  
(2) の DOP に関して位置精度を表す PDOP (Position DOP) と時間精度を表す TDOP (Time DOP) は以下のように計算できる。

$$PDOP = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2} = \sqrt{H_{11} + H_{22} + H_{33}} \quad (2-48)$$

$$TDOP = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\sigma_{ss}^2} = \sqrt{H_{44}} \quad (2-49)$$

そして、幾何学精度を表す GDOP (Geometric DOP) は、

$$GDOP = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 + \sigma_{ss}^2} = \sqrt{H_{11} + H_{22} + H_{33} + H_{44}} \quad (2-50)$$

として計算できる。GPS におけるおおよその測位精度は測距精度に DOP を乗じることで概算でき、

$$RMS(3D \text{ position estimation error}) = \sigma - PDOP \quad (2-51)$$

$$RMS(\text{Clock bias estimation error}) = \sigma - TDOP \quad (2-52)$$

$$RMS(3D \text{ position and clock bias estimation error}) = \sigma - GDOP \quad (2-53)$$

の関係がある。ただしクロックエラーの測位精度は距離で表されるため、単位を時間で表すために光速  $c$  で除する必要がある。

これらの計算はすべて ECEF 座標系での位置決定における測位精度である。そのため、アンテナ位置を中心とした水平方向と垂直方向の DOP を考える場合、行列  $\Delta X$  を ECEF 座標系から、ENU (East, North, Up) の局地座標系に変換して計算する必要がある。 $\Delta X$  の

$(x, y, z)$  成分を  $\Delta X_{(x,y,z)} = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$  とし、座標変換後の行列を

$\Delta X_{L(x,y,z)} = (\Delta x_E, \Delta y_n, \Delta z_u)$  とすると、

$$\begin{bmatrix} \Delta X_{L(x,y,z)} \\ \Delta s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_L & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{(x,y,z)} \\ \Delta s \end{bmatrix} = \tilde{R}_L \begin{bmatrix} \Delta X_{(x,y,z)} \\ \Delta s \end{bmatrix} \quad (2-54)$$

ここで、 $R_L$  は座標変換のための回転行列とする。ENU 座標系の

$\Delta X_L = (\Delta x_E, \Delta y_N, \Delta z_U, \Delta s)$  を使用し、式 2-47 と同じように、共分散行列  $\tilde{H}$  を作成すると、

$$\tilde{H} = \begin{bmatrix} EDOP^2 & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & NDOP^2 & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & VDOP^2 & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & TDOP^2 \end{bmatrix} \quad (2-55)$$

となり、EDOP ( East DOP )、NDOP ( North DOP )、VDOP ( Vertical DOP )、TDOP が定義され、水平方向の位置精度 ( HDOP ) と高さ方向の位置精度 ( VDOP ) は、

$$HDOP = \sqrt{\tilde{H}_{11} + \tilde{H}_{22}} \quad (2-56)$$

$$VDOP = \sqrt{\tilde{H}_{33}} \quad (2-57)$$

となる。それぞれの測距精度は、

$$RMS \text{ horizontal error} = \sigma - HDOP \quad (2-58)$$

$$RMS \text{ vertical error} = \sigma - VDOP \quad (2-59)$$

$$RMS \text{ 3D error} = \sqrt{\sigma_{EE}^2 + \sigma_{NN}^2 + \sigma_{UU}^2} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2} = \sigma - PDOP \quad (2-60)$$

となる。

#### 2.2.4 測位分布

変数  $(j-k)$  間の相関係数  $\rho_{jk}$  は、 $\sigma_{jk} = \sigma_{kj} (j \neq k)$  の関係を用いて、

$$\rho_{jk} = \frac{\sigma_{jk}^2}{\sigma_{jj}\sigma_{kk}} \quad (2-61)$$

のように決定される。

一方、一般に 2 つの確立変数  $(x', y')$  がそれぞれ正規分布に従う誤差を持ち、それぞれ標準偏差を  $\sigma_x, \sigma_y$ 、相関係数  $\rho_{x,y}$  とすると、確立分布が一定の曲線は楕円となり、 $x-y$  平面において、

$$\frac{x^2}{\sigma_x^2} - 2\rho_{xy} \frac{x}{\sigma_x} \frac{y}{\sigma_y} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} = (1 - \rho_{xy}^2) C \quad (2-62)$$

となり、この楕円を共分散円という。ここで、 $C$ の平方根は楕円の軸の長さぬい比例するが、この楕円の内側に確率変数 $(x', y')$ を観測する確率 $P$ は $C$ の関数で、

$$P = 1 - \exp\left(\frac{-C}{2}\right) \quad (2-63)$$

となる。ただし相関係数 $\rho_{xy}$ は、

$$\rho_{xy} = \frac{\text{cov}(x', y')}{\sigma_x \sigma_y} \quad (2-64)$$

で与えられる。式 2-63 において、 $C = 6$  とすると  $P = 95.02\%$  となるので、このときの楕円が95% 誤差楕円となりこの楕円の中に測位点の95% が含まれることになる。

ここで $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$ 、相関係数 $\rho_{xy} = 0$ とすると、式 2-62 は次式のように円となり、円形正規分布を表す。

$$x^2 + y^2 = C\sigma^2 \quad (2-65)$$

式 2-63 において、 $P = 0.5$ を代入すると、 $C$ は $(1.1774)^2$ となり、半径 $1.1774\sigma$ の円内に50%の測位点が含まれていることになる。この円を50% 確率円と呼び、この円の半径を円形確率誤差[5]あるいは CEP( Circular Error Probable )と呼ぶ。半径方向測位誤差  $drms$  は  $x, y$  方向の分散が等しいとしているので、

$$drms = \sqrt{\sigma^2 + \sigma^2} = \sqrt{2}\sigma \quad (2-66)$$

となり、 $CEP = 1.177\sigma = 0.833drms$  となる。さらに式 2-67 の両辺を二乗して、式 2-66 の右辺  $C\sigma^2$  を  $(C/2)drms^2$  と書き換えて、 $C = 6$  を代入すると、 $1.73drms$  が 95% 誤差円となる。一方  $C\sigma^2$  に  $2(2drms)^2$  をいれると  $C = 8$  となり、式 2-64 の  $C$  に 8 を代入すると  $P = 98.16\%$  となり、98.16%の測位点が  $2drms$  円の中に含まれることになる。一方、例えば、 $x$  方向の誤差が  $y$  方向の誤差に比べて極めて大きいときは  $drms \cong \sigma_x \cong \sigma$  となって、1

次元の確率過程に近くなり  $2drms$  円が 95.45% 誤差円となる。したがって  $2drms$  円は楕円の離心率により 95.45% ~ 98.16% の間で測位点を含む確率が変化する。

衛星の配置により得られる共分散行列から共分散楕円を書くには式 2-61 に

$$\sigma_x = \sigma_{xx} \sigma_0 \quad (2-67)$$

$$\sigma_y = \sigma_{yy} \sigma_0$$

および、式 2-65 から得られる相関係数  $\rho_{xy}$  を代入すればよい。又同時に  $x-y, y-x$  の組み合わせをとることにより、測位に先立ち予測される誤差の傾向が求められることになる。

### 2.2.5 測位精度評価について

今回測位精度を大きく 2 つの観点から評価する。1 つ目は精度 (Precision)、2 つ目は確度 (Accuracy) と呼ばれるものである。精度、確度の概要図を図 4-3 に示す。図 4-3 中の 4 つの図はすべて、ある測位結果の 2 次元方向分布プロットの例である。横軸と縦軸の交点が測位点の真値としている。黒い円を測位分布であるとしている。以上の条件で精度と確度を説明する。

まず図 4-3 (a) は測位分布の平均値が真値に近く、分布の大きさも 4 種類の中では小さい。図 4-3 (a) のような状態は高精度、高確度であるといえる。図 4-3 (b) は測位分布の大きさは小さいが分布の中心からずれて測位されている。この状態は低精度、高確度であるといえる。図 4-3 (c) は測位分布の中心は真値に近いが測位分布の大きさが大きい。この状態は低精度、高確度であるといえる。最後に図 4-3 (d) は測位分布の平均値も真値からずれ、分布の大きさも大きい。この状態を低精度、低確度という。精度は測位分布の大きさを評価する指標であり、確度は測位分布が真値からのずれを示す指標である。具体的には精度は測位結果の平均値をもとにした標準偏差、後述する  $2drms$  の値であり、確度は真値からの誤差の平均値の値である。また本論文で測位精度は精度と確度の両者を示すことと定義する。

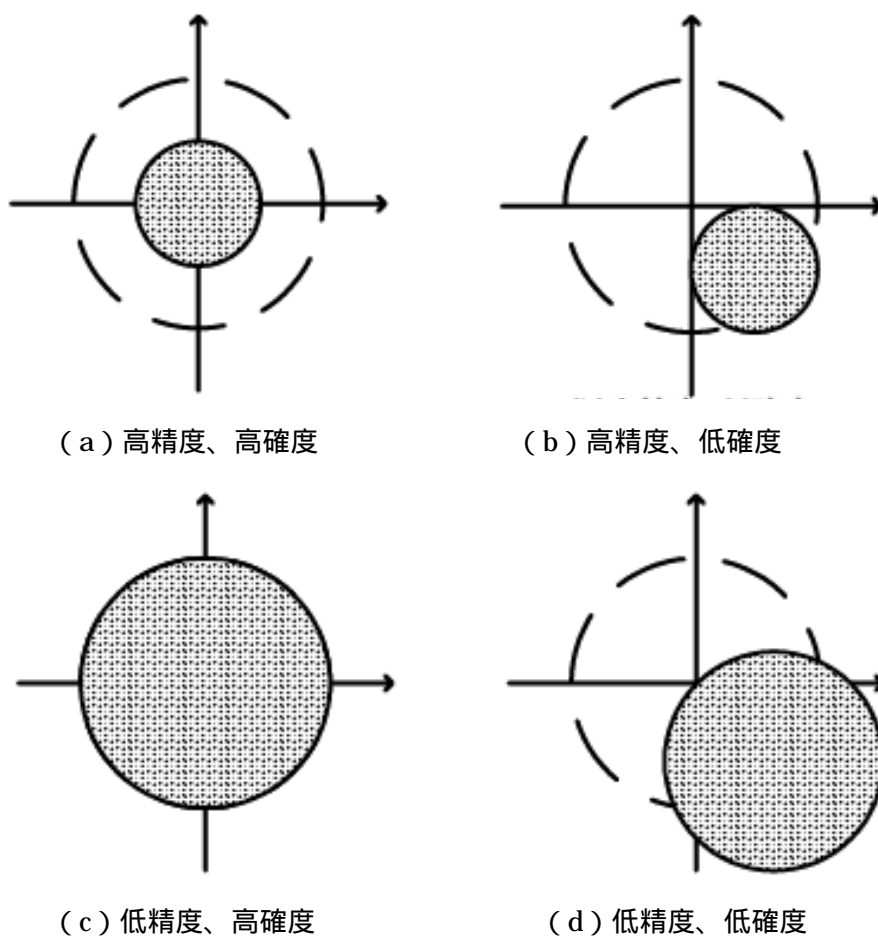


図 4-3：精度と確度の概要図

## 2.3 測地系

### 2.3.1 WGS-84 と日本測地系

経緯度により座標を表示する場合の原点は地球中心（重心）である。したがって、本来は原点を正確に求めるために地球の形状に関する詳細な知識がなければならないが、大変困難である。そこで、各国においてそれぞれの測地系が定められており、これに基づいて測量が行われることになっている。日本において従来採用されていたものは日本測地系（Tokyo datum）と呼ばれ、日本で発行する地図には日本測地系の経緯度が表示されていた。日本測地系の経緯度原点は東京都港区麻布台にあり、この地点の経緯度が測量法により規定されている。

表 2-7：日本測地系と WGS-84

	WGS - 84系	日本測地系 (Tokyo datum)
座標系の種類	地心測地座標系	局所測地座標系
準拠楕円体	WGS - 84楕円体	Bessel楕円体
長半径 (a)	6378137m	6377397.155m
扁平率 (f)	1/298.257223563	1/299.152813
楕円体の当てはめ	地球全体	経度緯度原点 (東京) 周辺
楕円体の原点	地球重心	地球重心からずれている
高さの基準面	WGS - 84楕円体	東京湾の平均海面
高さの種類	楕円体高	標高
実現方法	GPS測位	水平：三角、三辺測量
		高さ：水準測量
基準となるもの	衛星と地上追跡局	国家基準点
設立年代	1984	明治時代

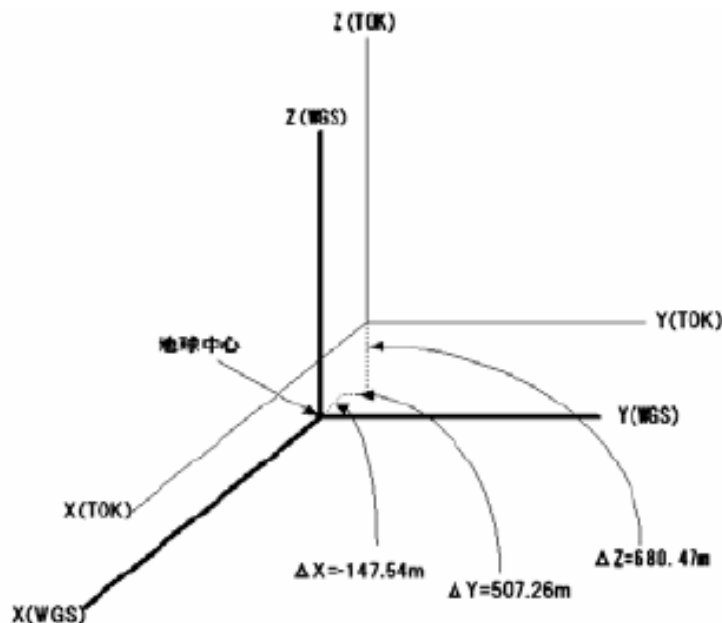


図 2-7：日本測地系と WGS-84

こうした各国固有の測地系は国内の測量作業には都合がよく、経緯度原点を基準として多数の三角点の経緯度を定めておけば、これらを基準として測量を行い、対象地点の座標を決定することが出来る。ただし、測地系の異なる国との国境では同一地点であっても座標値が違ってあらわされることがあり、共通の座標系が必要な場合は不都合を生じる。GPSのように全世界で使用可能なシステムでは、このような各国単位の座標系では都合が悪いため、世界中で共通に使える測地系として、米国により世界測地系 (WGS: World Geodetic System) が開発された。WGSにもいくつかバージョンがあるが、現在GPSが採用しているのはWGS-84と呼ばれる測地系であり、座標原点は地球の重心、地球の形状を表すパラ

メータは最新の値とされている。

日本測地系から WGS-84 への変換 (図 2-7) は以下ようになる。

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{WGS-84} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{Tokyo} + \begin{bmatrix} -147.54 \\ 507.26 \\ 680.47 \end{bmatrix} \quad (2-68)$$

GPS の座標計算で利用される ECEF 座標系は、WGS-84 に準拠した直交座標系である。最近では精密測量分野で ITRF (International terrestrial reference frame) という座標系が使用されるようになってきているが、現在の WGS-84 は改正をへて ITRF に近いものになっており、すくなくとも広報用途では両者はほぼ同一のものとして取り扱われる。

最近では GPS による測量が普及するなどして測地系の違いによる不便さが顕著になったことから、日本においても測量業務には全面的に世界測地系を使用することとなり、国土地理院が発行する地図にも世界測地系による経緯度が表示されるようになった。

### 2.3.2 標高とジオイド高

ある地点の位置を正確に表すためには、地面の高さを表す標高も必要なパラメータである。標高を測定する作業を水準測量といい、基準面からの鉛直距離を標高という。

GPS の場合の基準面は、WGS-84 が採用している地球楕円体 (準拠楕円体: reference ellipsoid) の表面からの高度が使われる。これを楕円体高 (ellipsoidal height) といい、東京近辺では標高よりも 40m 程度大きな値となる。

楕円体高は理想的な形状の回転楕円体からの高さであるから平均海水面からの高さである標高との差は地域によって異なり、世界全体では最大 100m 程度になる。このため、標高が必要な場合には、衛星航法の分野ではジオイド (geoid) という考え方が用いられる。ジオイドとは、地球全体に水を張ったと仮定してそのときの水面に相当する面 (等ポテンシャル面) で、平均海水面と一致するものをいう。地球の大きさと比較すればジオイド面は滑らかな曲面であるが、局所的な重力の強弱に影響されて重力の強い山地ではジオイド面が凹、海溝付近ではジオイド面が凸になっている。

楕円体高  $h$  とジオイド面からの標高  $H$  の関係を図 2-8 に示す。

$$H = h - N \quad (2-70)$$

であるから、ジオイド高  $N$  が分かれば、楕円体高から標高を知ることができる。

## 第3章

# GPS/INS

### 3.1 Inertial Navigation System (INS)

INS は「ジャイロ」、「加速度センサ」という装置を用いる。ジャイロでは移動体の角速度を検出し、角速度センサでは移動体の角速度を検出する。これらのデータを用い演算処理を施すことで、移動体の初期位置からの相対位置（累積距離）、速度、姿勢角を連続的に求める航法システムである。

### 3.2 GPS/INS の概要

移動体の測位において、GPS と INS を用いるが、両者の長所を活かし短所を補うよう効果的な方法を導入したい。そのためには信頼がおける、つまり最も確からしい情報を組み合わせることが必要になる。これを実現するのが Kalman Filter と呼ばれる方法で、複数の情報から最も確からしい情報を抽出することが可能である。

#### ・ Loose Coupling

INS を主として位置・姿勢情報を連続的に推定し、GPS から出力される位置・速度情報によって INS を補正する方法を Loose Coupling と呼ぶ。この場合、GPS は単にリファレンスとしてしか機能していない。

#### ・ Tight Coupling

GPS と INS、どちらに対しても補正をかける方法を Tight Coupling という。Loose Coupling に比較して精度の向上と GPS の最大限の活用（例えば測位衛星数が不足しても推定を行うことが可能になる）が見込めるが、アルゴリズムは複雑になる。

今回はアルゴリズムがより単純な Loose Coupling を採用することにした。

### 3.3 GPS への Kalman Filter の適用

#### 3.3.1 Kalman Filter の式

##### 1. Update 時、時間更新する

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} + Bu_{k-1} \quad (3-1)$$



$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + BQB^T \quad (3-2)$$

ただしここで  $Q$  は  $u$  の誤差共分散行列。

$$Q = E[uu^T] \quad (3-3)$$

2. Correct 時、別の観測量が得られたとき

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} \quad (3-4)$$

$$\hat{x}^k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H\hat{x}_k^-) \quad (3-5)$$

$$P_k = (I - K_k H) P_k^- \quad (3-6)$$

ただしここで観測方程式は ( $z_k$  は得られる観測量)

$$z_k = H\hat{x}_k^- + \varepsilon \quad (3-7)$$

また  $R$  は  $\varepsilon$  の誤差共分散行列。

$$R = E[\varepsilon\varepsilon^T] \quad (3-8)$$

### 3.3.2 運動方程式

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_k & -\sin \phi_k \\ \sin \phi_k & \cos \phi_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_f \\ a_s \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

$$\phi_{k+1} = \phi_k + \int_t^{t+\Delta t} \omega dt \approx \phi_k + \omega \Delta t \quad (3-10)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}_{k+1} &= \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}_k + \int_t^{t+\Delta t} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix}_k dt \\ &\approx \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix}_k \Delta t \end{aligned} \quad (3-11)$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_{k+1} &= \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_k + \int_t^{t+\Delta t} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} dt \\
&\approx \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}_k \Delta t
\end{aligned} \tag{3-12}$$

### 3.3.3 Pの更新

運動方程式を真値との誤差で線形化する。状態量としては $\Delta\phi, \Delta\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}, \Delta\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ の計5個。

順に線形化していくと

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \Delta a_x \\ \Delta a_y \end{bmatrix}_k &= \begin{bmatrix} \cos(\phi + \Delta\phi)_k & -\sin(\phi + \Delta\phi)_k \\ \sin(\phi + \Delta\phi)_k & \cos(\phi + \Delta\phi)_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_f + \Delta a_f \\ a_s + \Delta a_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \cos\phi_k & -\sin\phi_k \\ \sin\phi_k & \cos\phi_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_f \\ a_s \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -(a_f \cos\phi_k + a_s \sin\phi_k) \\ (a_f \sin\phi_k - a_s \cos\phi_k) \end{bmatrix} [\Delta\phi_k] + \begin{bmatrix} -\sin\phi_k & \cos\phi_k \\ \cos\phi_k & \sin\phi_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta a_f \\ \Delta a_s \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3-13}$$

$$\begin{aligned}
[\Delta\phi]_{k+1} &= (\phi + \Delta\phi)_{k+1} - \phi_{k+1} \\
&\approx ((\phi + \Delta\phi)_k + (\omega + \Delta\omega)\Delta t) - (\phi_k + \omega\Delta t) \\
&= [1][\Delta\phi]_k + [\Delta t][\Delta\omega]
\end{aligned} \tag{3-14}$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \Delta v_x \\ \Delta v_y \end{bmatrix}_{k+1} &= \begin{bmatrix} v_x + \Delta v_x \\ v_y + \Delta v_y \end{bmatrix}_{k+1} - \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}_{k+1} \\
&\approx \left( \begin{bmatrix} v_x + \Delta v_x \\ v_y + \Delta v_y \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} a_x + \Delta a_x \\ a_y + \Delta a_y \end{bmatrix}_k \Delta t \right) - \left( \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix}_k \Delta t \right) \\
&= \begin{bmatrix} \Delta v_x \\ \Delta v_y \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \Delta a_x \\ \Delta a_y \end{bmatrix}_k \Delta t
\end{aligned} \tag{3-15}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}_{k+1} &= \begin{bmatrix} x + \Delta x \\ y + \Delta y \end{bmatrix}_{k+1} - \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_{k+1} \\
 &\approx \left( \begin{bmatrix} x + \Delta x \\ y + \Delta y \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} v_x + \Delta v_x \\ v_y + \Delta v_y \end{bmatrix}_k \Delta t \right) - \left( \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}_k \Delta t \right) \\
 &= \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \Delta v_x \\ \Delta v_y \end{bmatrix}_k \Delta t
 \end{aligned} \tag{3-16}$$

以上まとめて

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \Delta \phi \\ \Delta v_x \\ \Delta v_y \\ \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}_{k+1} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(a_f \cos \phi_k + a_s \cos \phi_k) \Delta t & 1 & 0 & 0 & 0 \\ (a_f \cos \phi_k - a_s \cos \phi_k) \Delta t & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta t & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta t & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \phi \\ \Delta v_x \\ \Delta v_y \\ \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}_k \\
 &+ \begin{bmatrix} \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \phi_k \Delta t & \cos \phi_k \Delta t \\ 0 & \cos \phi_k \Delta t & \sin \phi_k \Delta t \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega \\ \Delta a_s \\ \Delta a_f \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3-17}$$

よってP更新は

$$P_{k+1} = A_k P_k A_k^T + B_k Q B_k^T \tag{3-18}$$

$$A_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(a_f \cos \phi_k + a_s \cos \phi_k) \Delta t & 1 & 0 & 0 & 0 \\ (a_f \cos \phi_k - a_s \cos \phi_k) \Delta t & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta t & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta t & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3-19}$$

$$B_k = \begin{bmatrix} \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \phi_k \Delta t & \cos \phi_k \Delta t \\ 0 & \cos \phi_k \Delta t & \sin \phi_k \Delta t \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-20)$$

3.3.4 Pの修正

$$z \equiv \begin{bmatrix} \phi_{INS} - \phi_{GPS} \\ v_{xINS} - v_{xGPS} \\ v_{yINS} - v_{yGPS} \\ x_{INS} - x_{GPS} \\ y_{INS} - y_{GPS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \phi \\ \Delta v_x \\ \Delta v_y \\ \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} + v \quad (3-21)$$

よって

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-22)$$

$$K = PH^T (HPH^T + R)^{-1} \quad (3-23)$$

修正後の  $P(\hat{P})$  は

$$\hat{P} = (I - KH)P \quad (3-24)$$

3.3.5 INSの修正

観測によって真値との差がわかる。これを  $\Delta \hat{\phi}$  のように表現すると Kalman Filter から

$$\begin{bmatrix} \Delta\hat{\phi} \\ \Delta\hat{v}_x \\ \Delta\hat{v}_y \\ \Delta\hat{x} \\ \Delta\hat{y} \end{bmatrix} = Kz = K \begin{bmatrix} \phi_{INS} - \phi_{GPS} \\ v_{xINS} - v_{xGPS} \\ v_{yINS} - v_{yGPS} \\ x_{INS} - x_{GPS} \\ y_{INS} - y_{GPS} \end{bmatrix} \quad (3-25)$$

よって修正された  $\phi, \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  は

$$\begin{bmatrix} \phi \\ v_x \\ v_y \\ x \\ y \end{bmatrix}_{\text{after correct}} = \begin{bmatrix} \phi \\ v_x \\ v_y \\ x \\ y \end{bmatrix}_{\text{before correct}} - \begin{bmatrix} \Delta\hat{\phi} \\ \Delta\hat{v}_x \\ \Delta\hat{v}_y \\ \Delta\hat{x} \\ \Delta\hat{y} \end{bmatrix} \quad (3-26)$$

## 第4章

# 数値シミュレーション

本章ではコンピュータを用いて行った数値シミュレーションについて述べる。

数値シミュレーションを行う意義は、実機試験の成否を論じるための対象としてだけでなく、実機に近い数値モデルを獲得できたかどうか論じるためでもある。前者はこの数値シミュレーションという再現性がある安定した環境と外乱の極めて多い実機試験を行った環境の差について考察するためである。後者は実機試験を行う前にシミュレーションという形で数値モデルが得られれば、今後実機試験以前にある程度結果の先読みができることにつながるためである。

このような考えのもとに数値シミュレーションを行った。

### 4.1 方法

前章で示した式をもとに INS 用センサ（加速度センサ、ジャイロセンサ）、および GPS の出力値を適用することにより、シミュレーションを行った。

シミュレーションは次の条件下で行った。

- ・ GPS

GPS は 2Hz で位置情報のみが得られるものとする。ただし得られる情報は図 4-1 のような精度で得られるものとした。

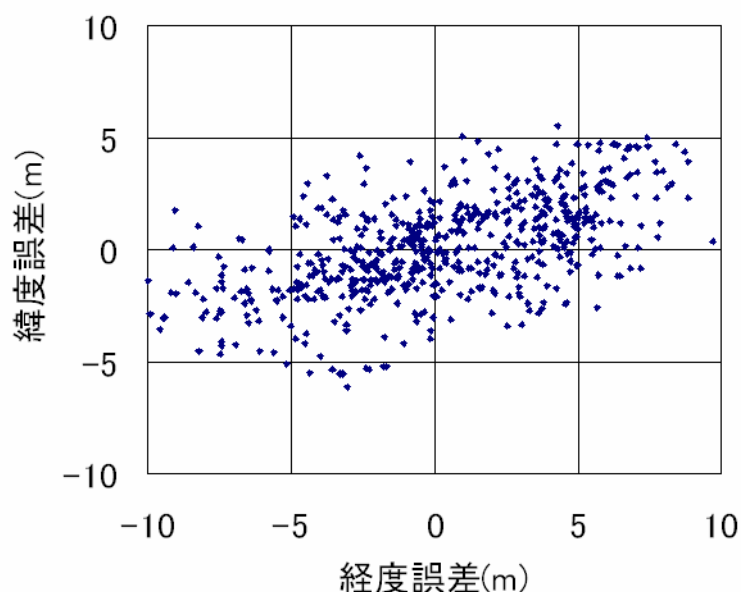


図 4-1

#### ・慣性センサ

慣性センサは2つのモデルを作成した。1つは誤差として単純なホワイトノイズのみを含むモデルであり、もう一つはホワイトノイズに加えランダムウォークを考慮したモデルである。前者は理想的な慣性センサ、つまりはランダムウォークのまったくない非常の精度のよいセンサであり、後者はより現実に近いモデルである。実際の慣性にはこの他にも温度によるドリフト効果や他軸相関、ミスアライメントなど様々な誤差要因が存在するが、これらは十分なキャリブレーションを行うことによってある程度除去できることが知られており、従ってここではホワイトノイズならびにランダムウォークのみを考慮することにした。GPS/INSのアルゴリズムであるKalman Filterをもってすればホワイトノイズによる誤差は観測が得られることにより除去が可能である。つまり両者を比較することにより、ランダムウォークがどの程度影響を与えるか知る事が可能である。

また100Hzで情報が得られるものとした。

#### ・走行ルート

図4-2のコースを走行したとする。時速20km~40kmで走行し一周は約5分かかるものとする。

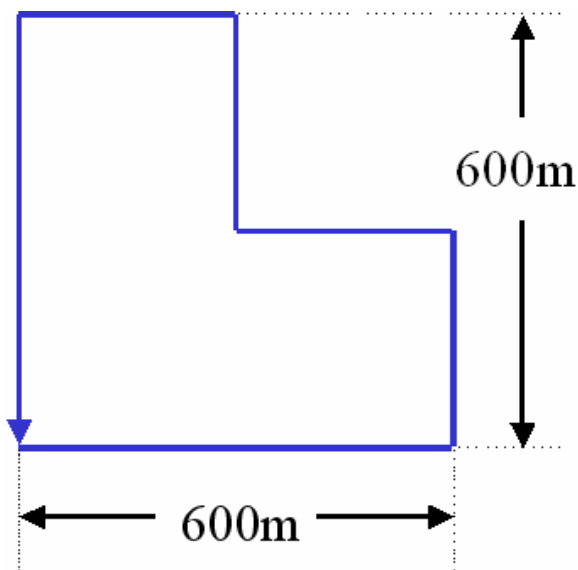


図 4-2

加速度に対して付加したホワイトノイズは以下の式を用い、プログラムは MATLAB を用いた。またプログラムを 4 回まわした結果を図 4-3 に示す。

$$wn = 1 \times (\text{rand}(1) - 0.5)$$

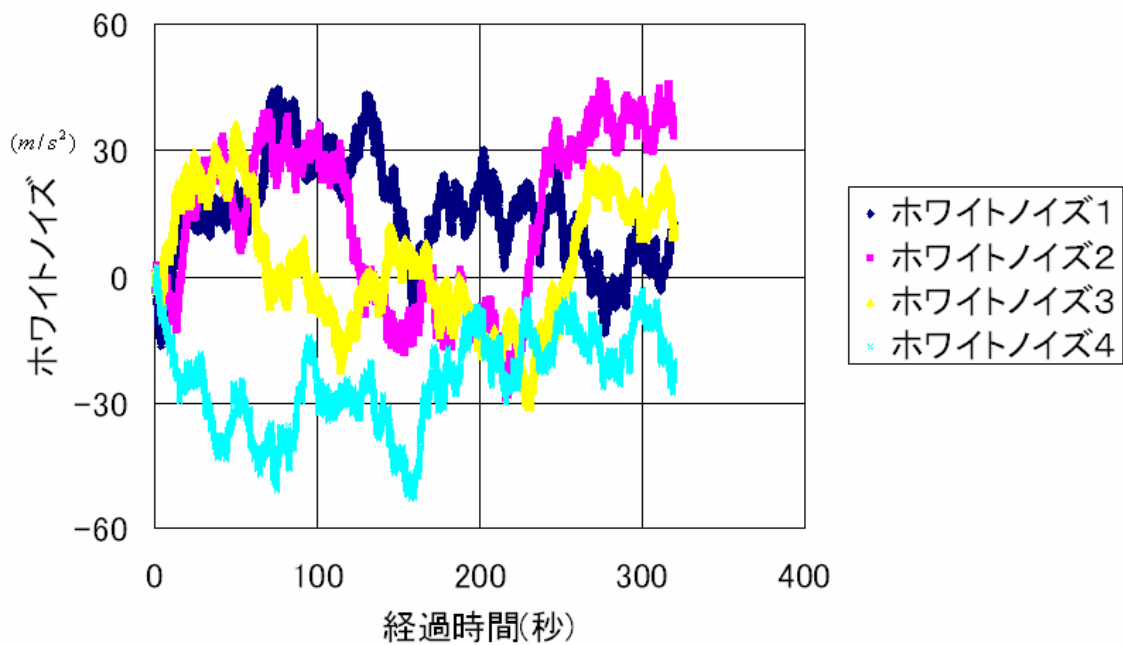


図 4-3



角度に対して付加したホワイトノイズは以下の式を用い、プログラムは MATLAB を用いた。またプログラムを 4 回まわした結果を図 4-4 に示す。

$$wn = 0.1 \times (\text{rand}(1) - 0.5)$$

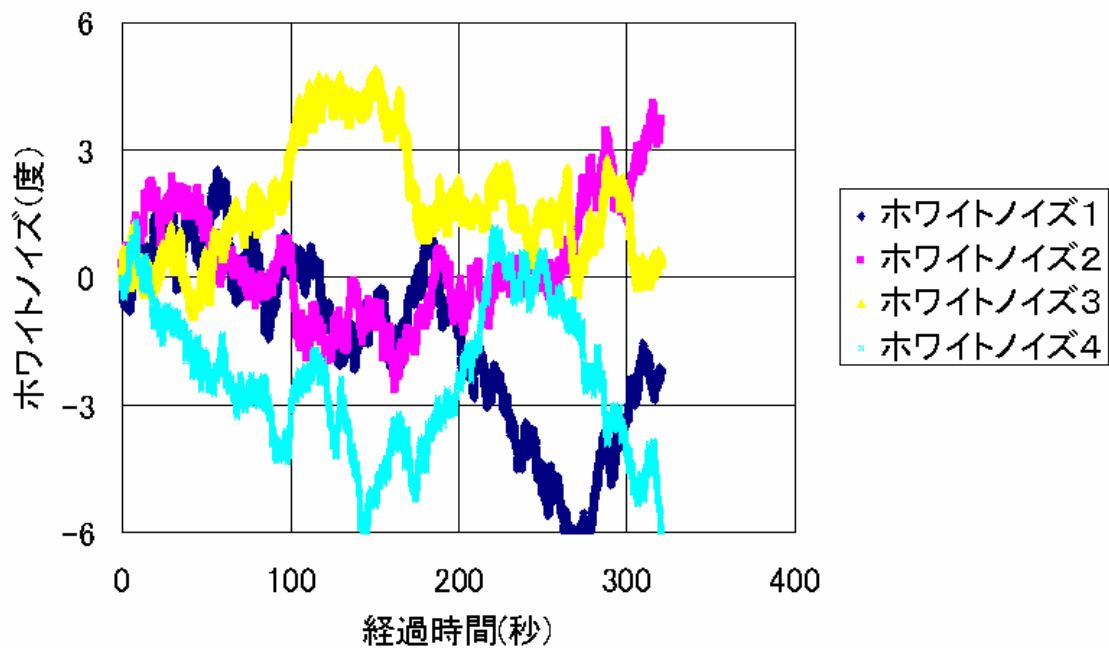


図 4-4

Gyro に加えるランダムウォークを以下の式を用い、プログラムは MATLAB を用いた。

$$wn = 0.2 \times (rand(1) - 0.5)$$

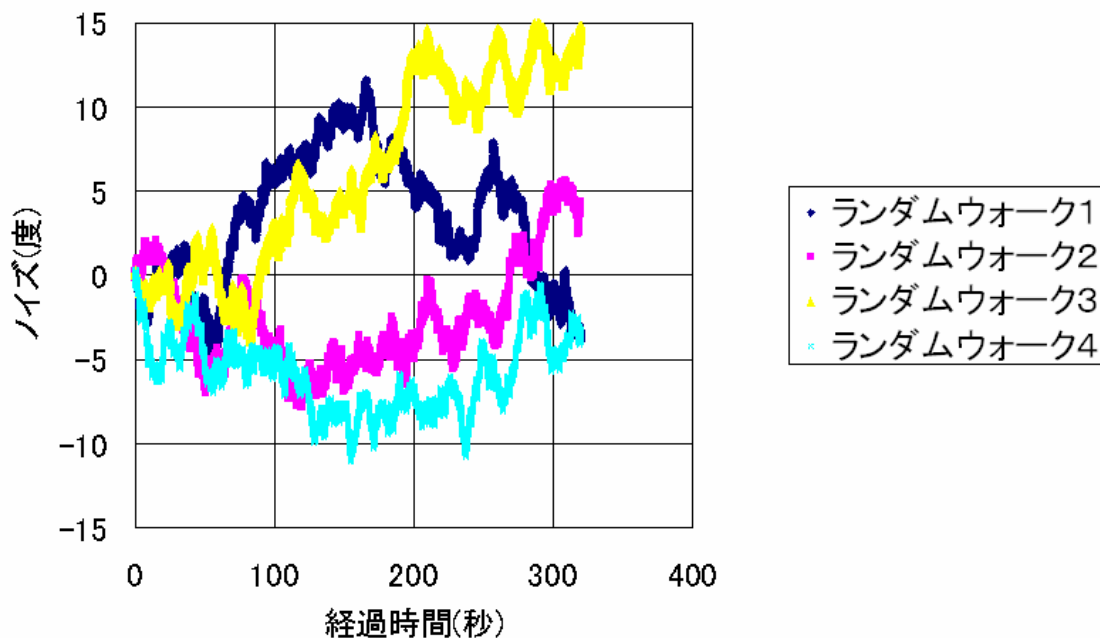


図 4-5 ランダムウォーク(小)

$$wn = 0.4 \times (rand(1) - 0.5)$$

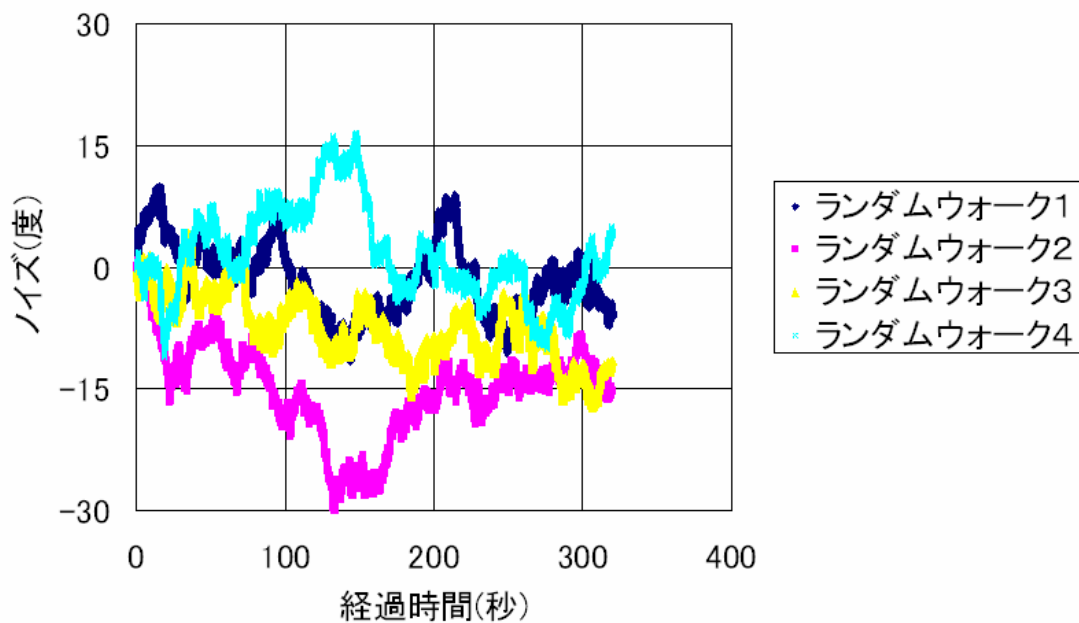


図 4-6 ランダムウォーク(大)

4.2 結果と考察

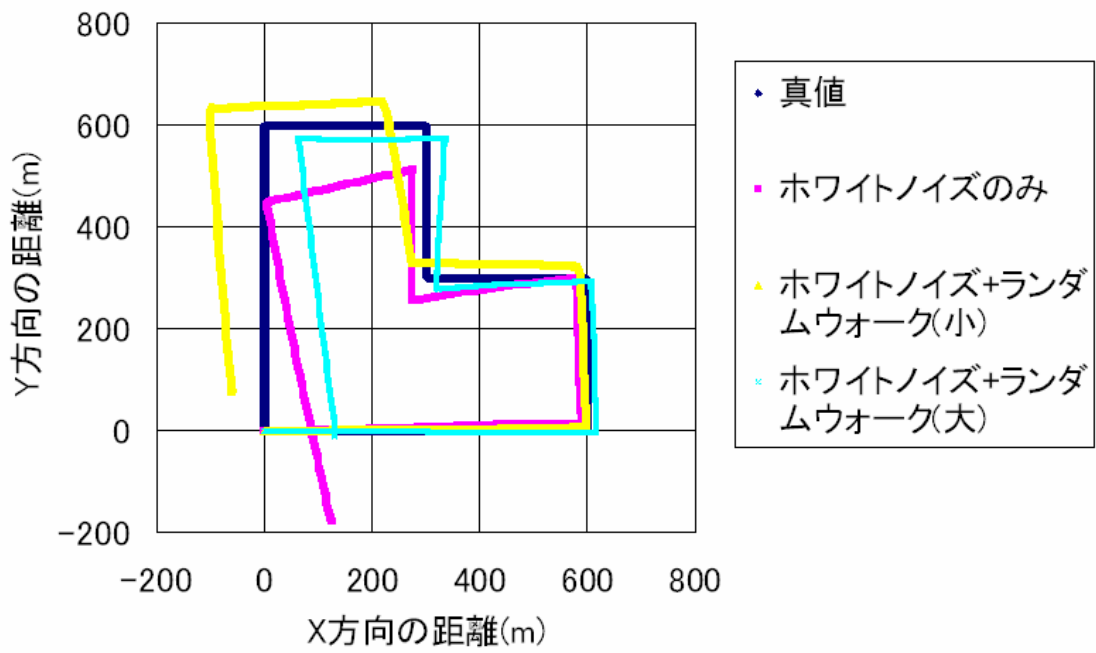


図 4-7

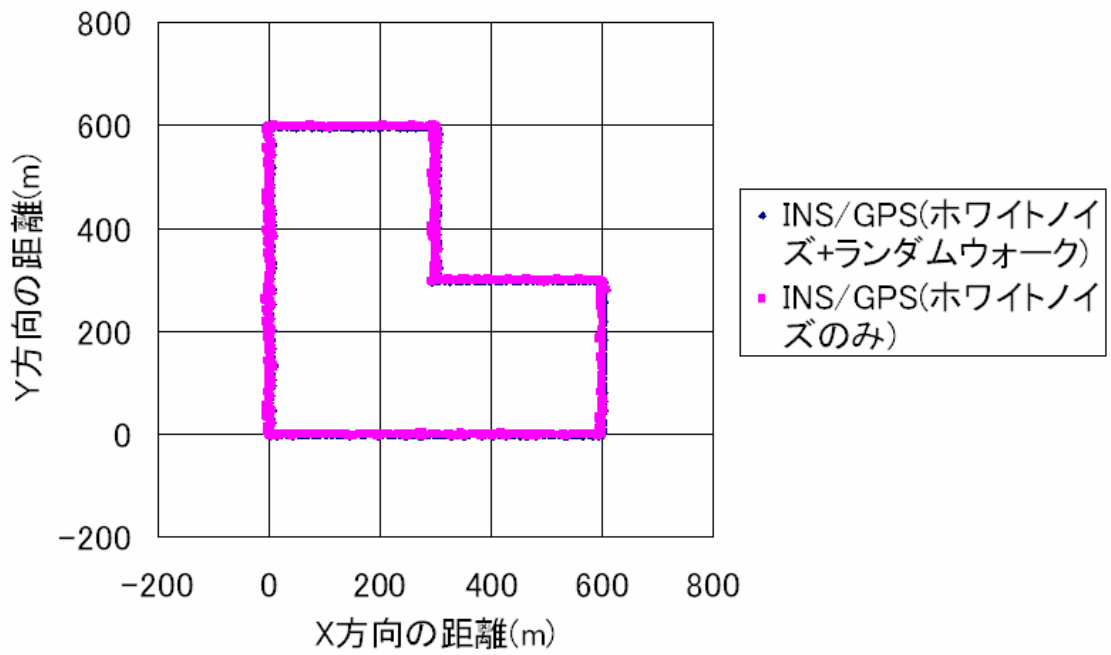


図 4-8

姿勢の誤差について比較した。

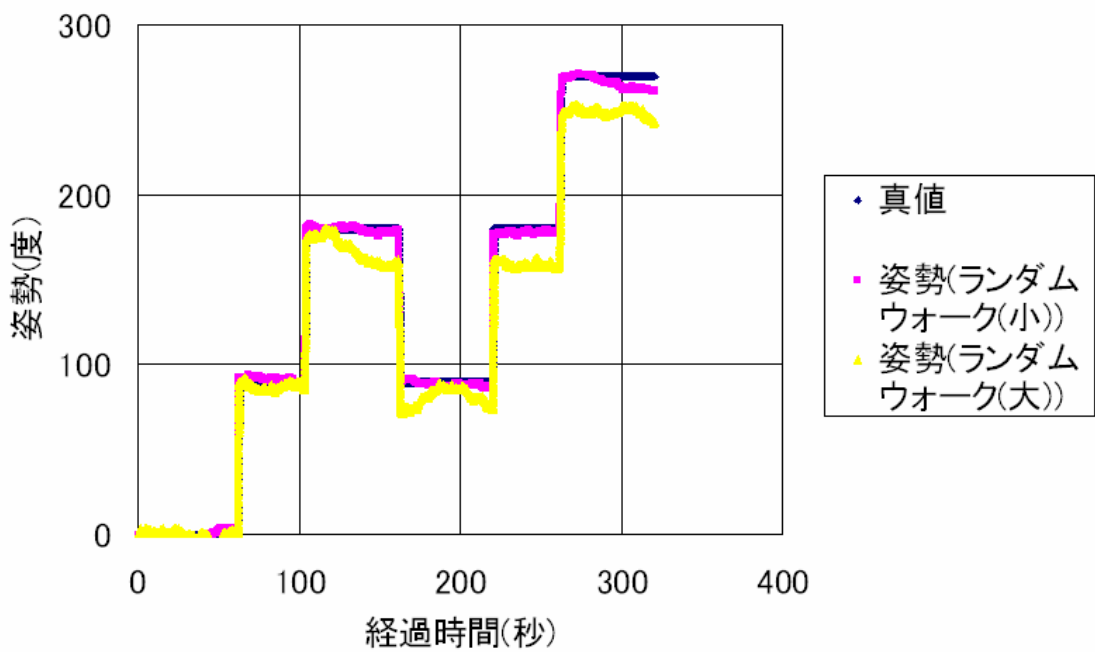


図 4-9

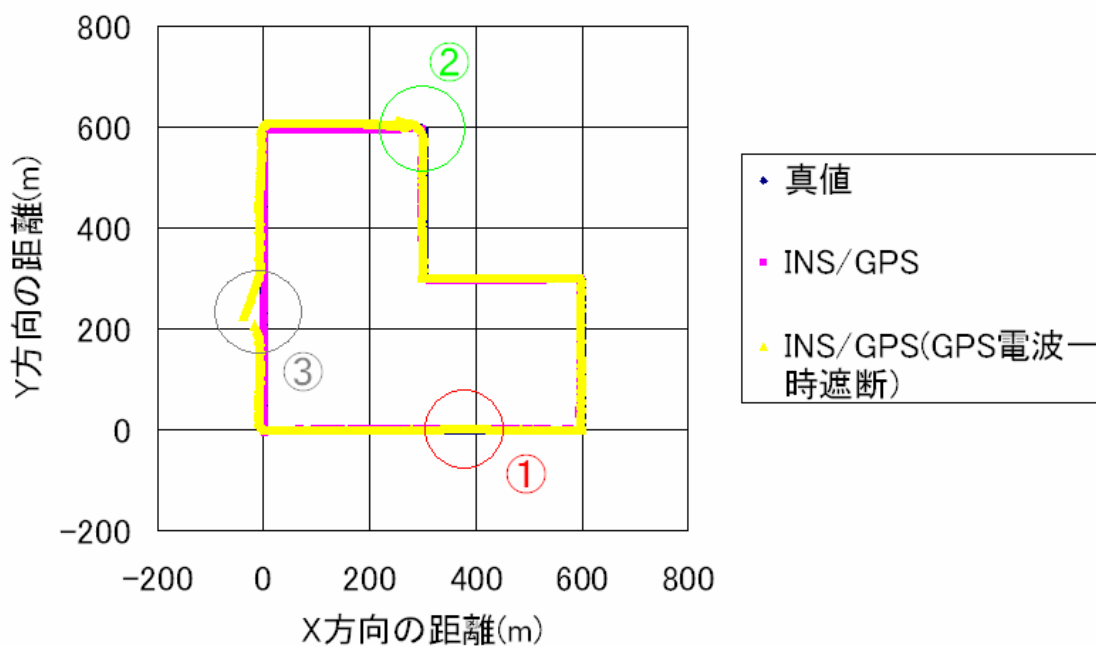


図 4-10 ランダムウォーク(小)における図

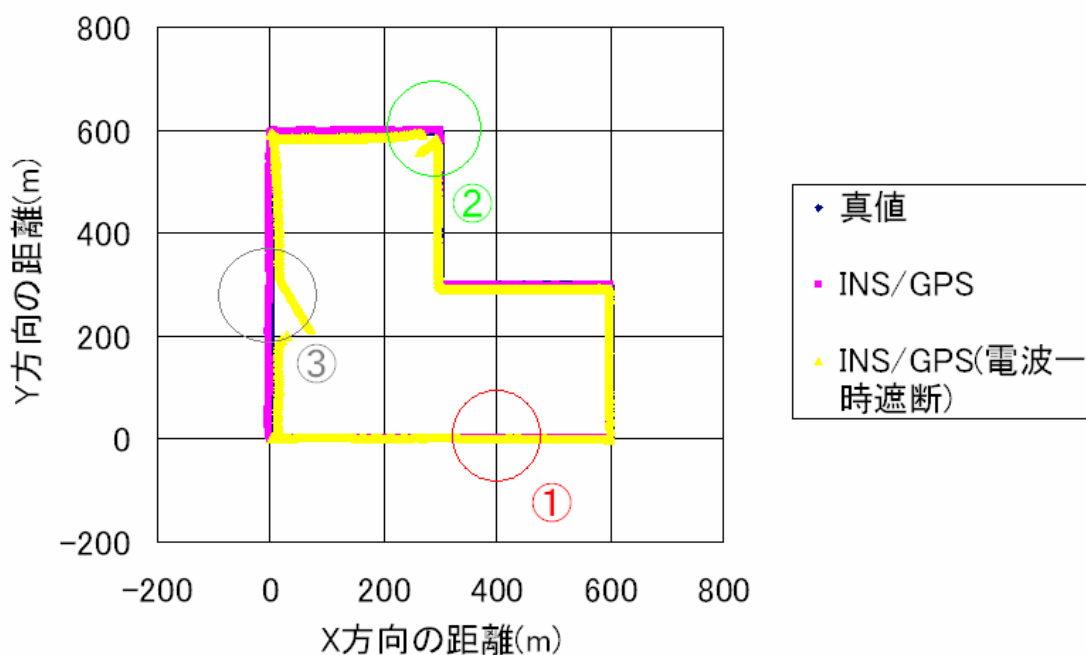


図 4-11 ランダムウォーク(大)における図

図 4-10、図 4-11 の 、 、 において約 10 秒 GPS の電波を遮断した。

図 4-7 から、ホワイトノイズのみを含む場合とホワイトノイズとランダムウォークを含む場合、両者とも真値に対して大きくずれていることがわかる。走り始めの最初の直線はある程度の測位精度をもつが、一度左に曲がるだけでかなりの誤差が生じている。したがって INS 単体（精度の悪い INS）は航法に適していないことがわかる。

図 4-8 は INS/GPS についてランダムウォークの有無で比較したが大きな変化はみられなかった。

図 4-10、図 4-11 からは GPS を一時遮断するとどのような軌跡を描くのがわかる。

結果からジャイロの誤差の積算により、時間が経つにつれて方向がずれていくことが分かる。したがって、GPS によって得られた結果を用いジャイロを補正した。方法は以下に示します。

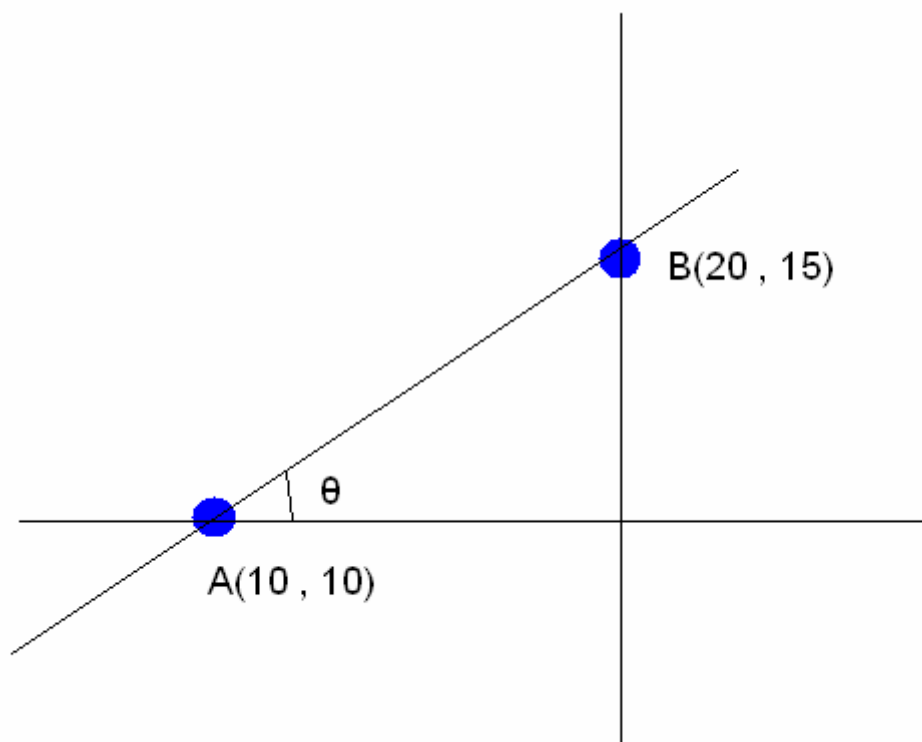


図 4-12

図 4-12 において、青の点が GPS によって測定された点とします。点 A の 0.5 秒後に点 B が測定されたとします。

$$\arctan\left(\frac{15-10}{20-10}\right)$$

を求めることにより姿勢 $\theta$ を求めることができます。

ただし、GPS もノイズを含みさらに本シミュレーションでは直線が多いことから現時点から 2.5 秒前の測位点を利用した 3 点における平均をとった。(図 4-13)

図 4-13 を例にします。現在地が点 D と測位されたとします。この点 D よりも 1.5 秒前の点 C をもちいてアークタンジェントをとり、 $\theta$  を求めます。

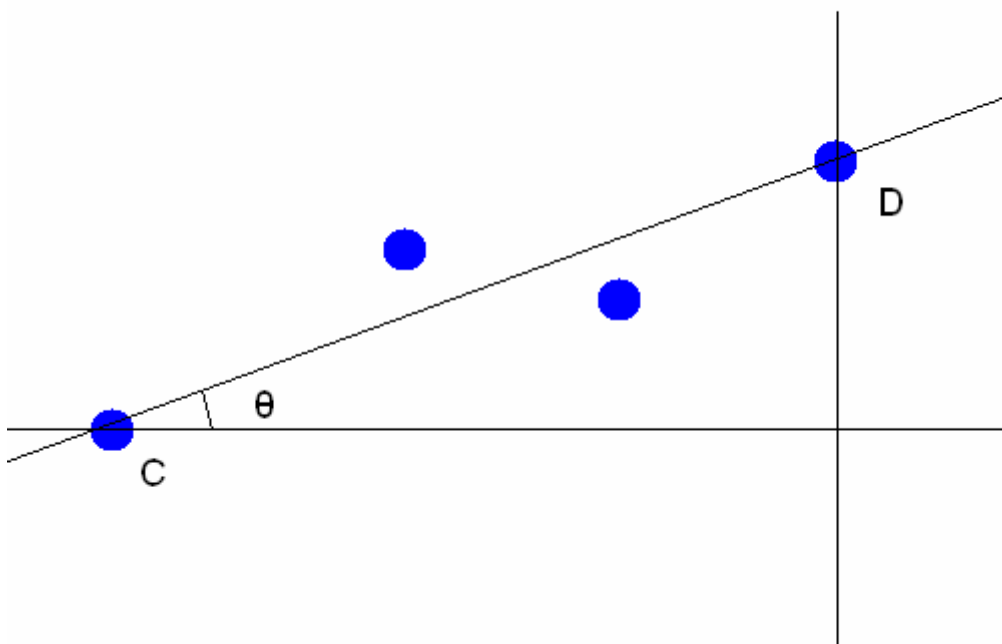


図 4-13

このような方法を用いて 3 箇所アークタンジェントをとりその平均の角度を GPS によって補正した値とした。

以上の方法を用いてシミュレーションを行った。

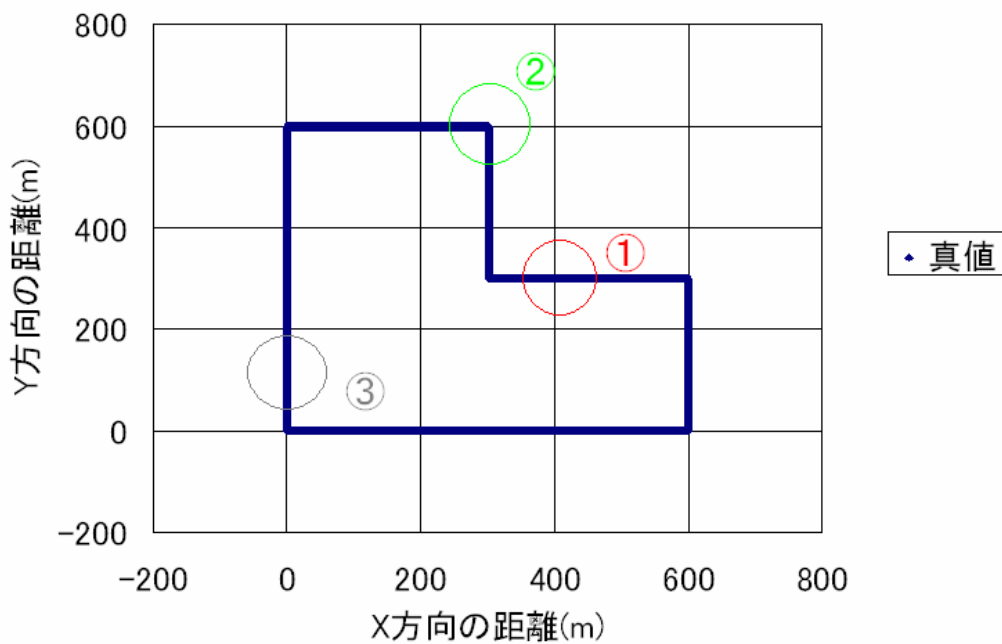


図 4-14

図 4-14 の 、 、 について拡大した図を以下に示す。これは補正した姿勢を細かくみるために行った。

GPS によって 15 秒毎で補正



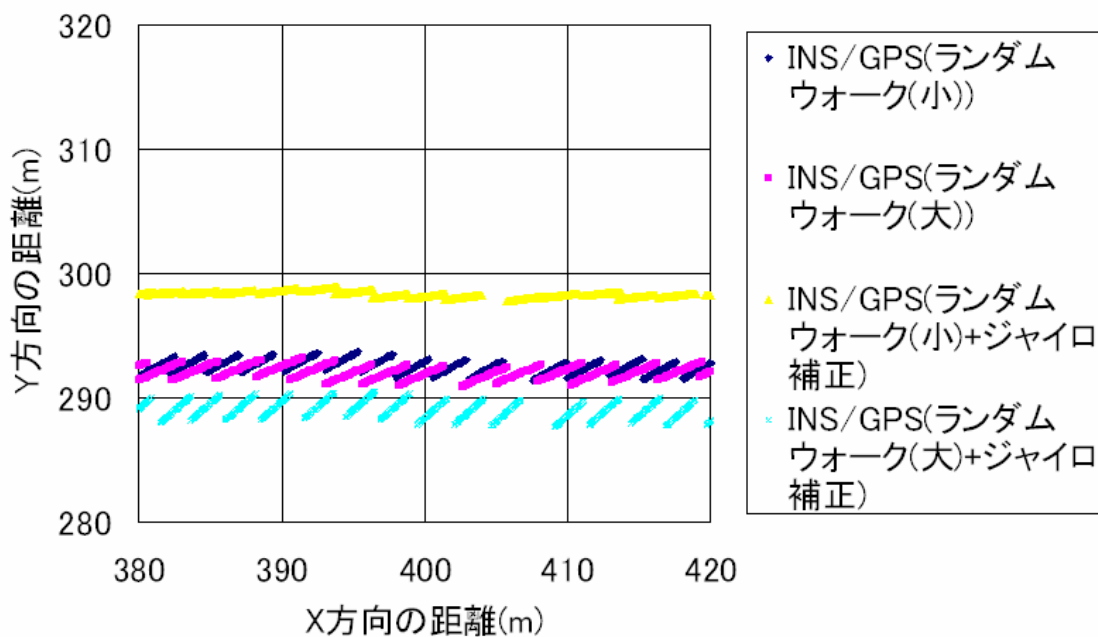


図 4-15

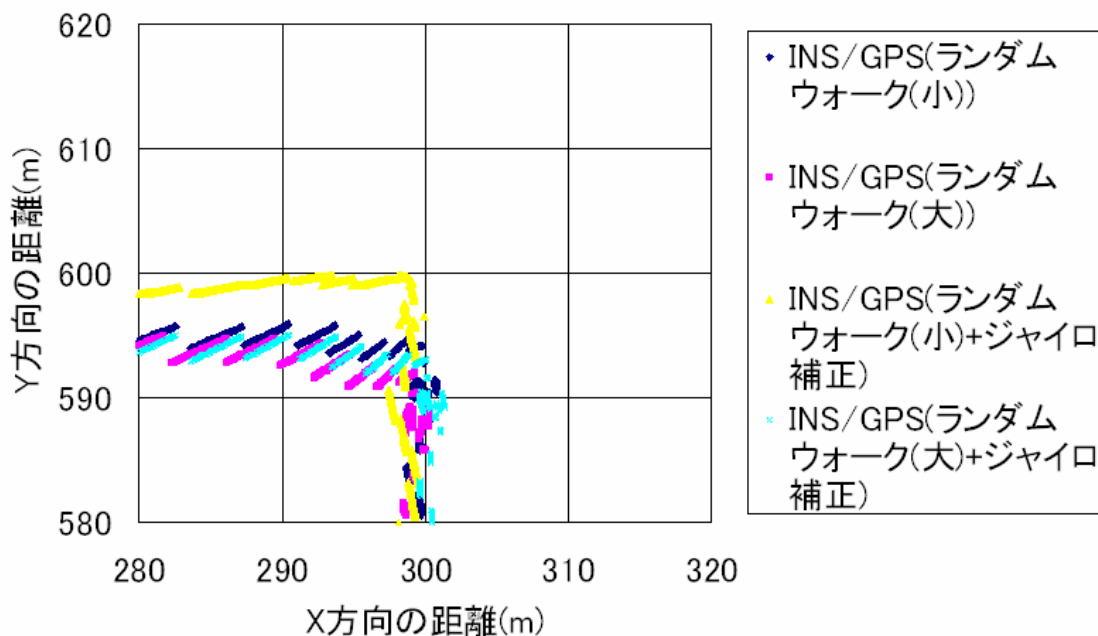


図 4-16

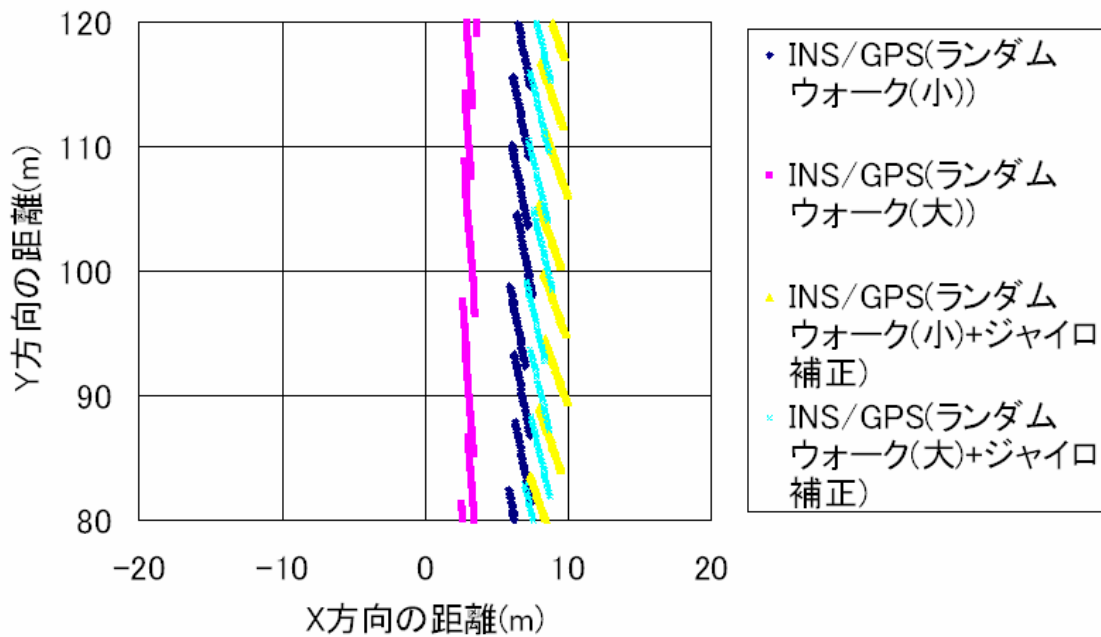


図 4-17

GPS によって 30 秒毎で補正

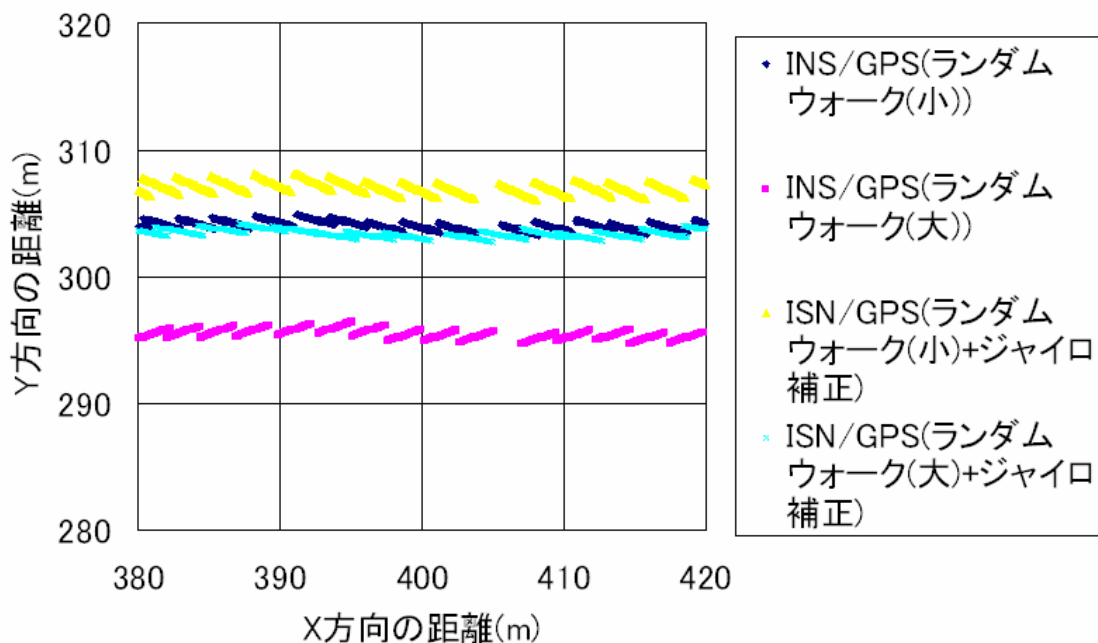


図 4-18

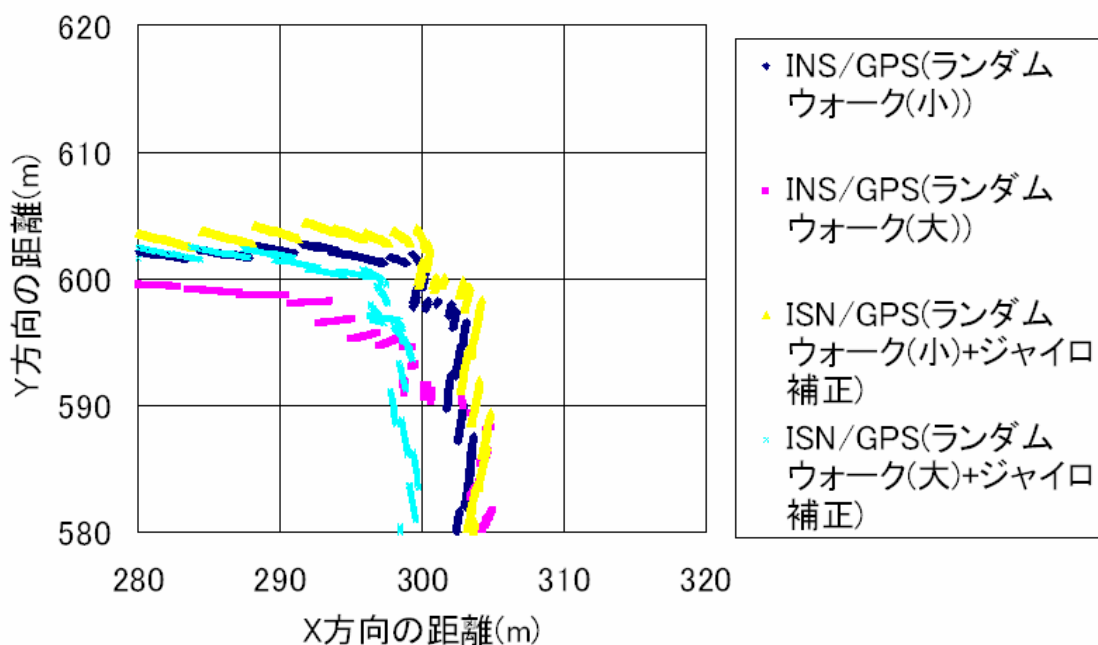


図 4-19

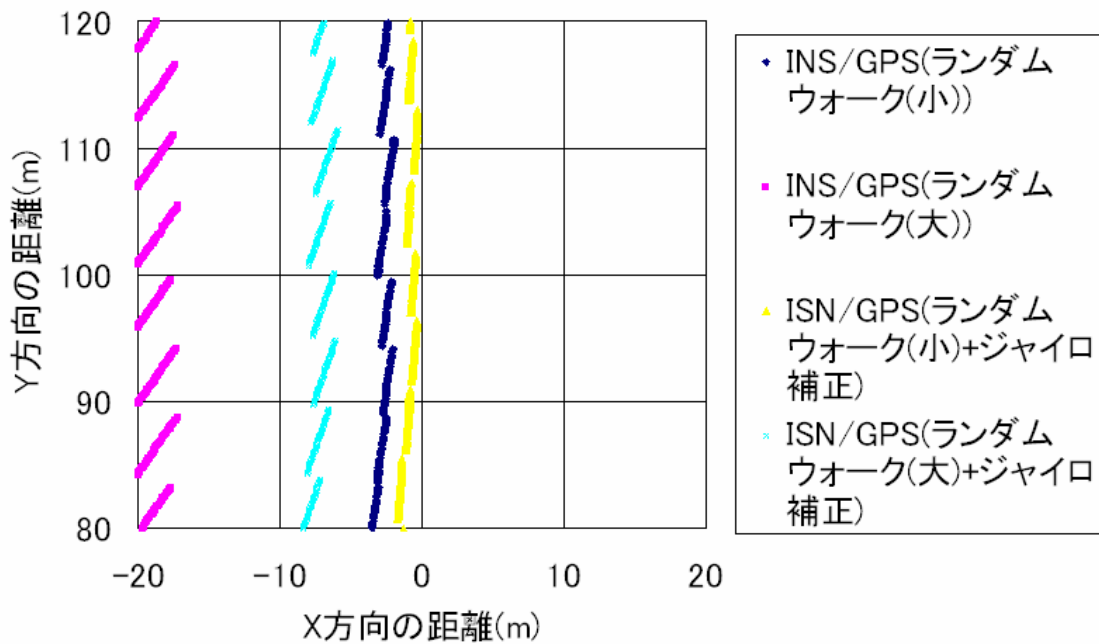


図 4-20

最後に INS/GPS 航法を 5 周行った結果を示す。(図 4-21)

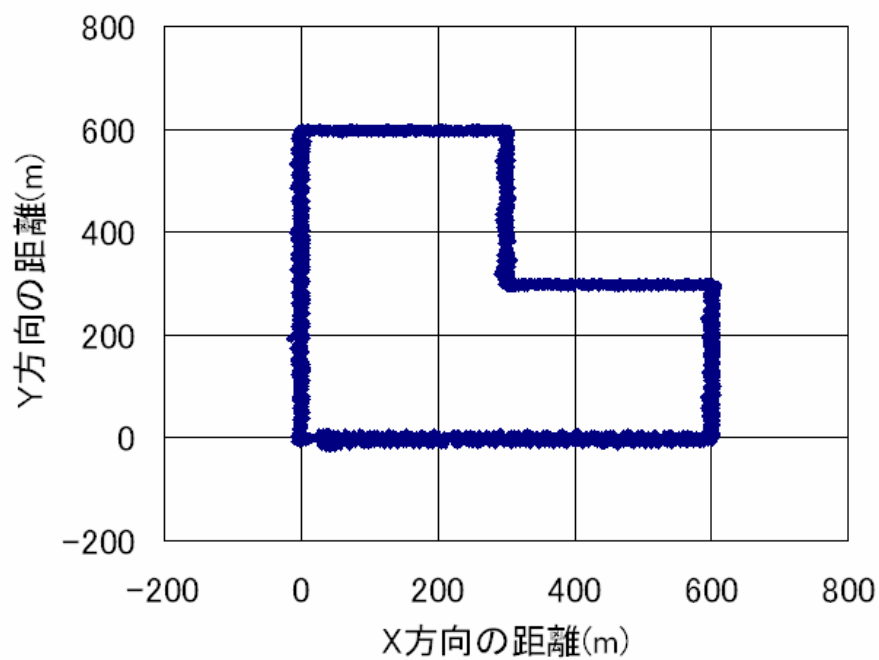


図 4-21

結果より今回行ったシミュレーションの環境ではコースから大きく外れることはないことが分かった。

## 第5章

### 結論

#### 5.1 まとめ

本研究により精度の悪いセンサを使用した場合、INS 単体による航法はわずか数分でも実用にはむいていないことがわかった。

図 4-6 と図 4-8 から、最初の直線では GPS を遮断しても INS/GPS 測位と大きな違いはみられなかったが、最後の直線ではかなり大きな違いがみられた。これはジャイロセンサにおいて、時間とともに誤差が蓄積されたために生じたものと考えられます。よって、測位を開始してあまり時間の経っていない最初の直線と、測位開始から 5 分程度経った最後の直線では変化がみられた。

#### 5.2 今後の課題

ジャイロセンサにおいて、時間とともに誤差が蓄積されていくので誤差を推定して、さらに良い補正をしてやること。また GPS の可視衛星数や信号強度に応じたアルゴリズムの開発。坂道など斜面に対応したアルゴリズムの開発があげられる。

またこれらの課題に取り組み、実機試験を行いより最適な複合航法システムの開発を行いたい。

## 参考文献

- (1) 成岡 優、「MEMS センサを用いた INS/GPS 複合航法システム」、東京大学卒業論文 2004
- (2) 坂井 丈泰、「GPS 技術入門」、東京電気大学出版局、2003
- (3) 近藤 俊一郎、「ソフトウェア GPS による GPS 測位精度の評価」、東京商船大学修士論文 2004
- (4) 多摩川精機(株)、「ジャイロ活用技術入門」、工業調査会 2002

## 謝辞

本研究及び本論文作成にあたり、あらゆる面で多大なご指導を頂きました安田明生教授に厚く御礼申し上げます。

本研究はもちろんのこと、日々様々な助言、ご指導を頂きました久保信明助手に心より感謝致します。

丁さんをはじめ、セイコーエプソンの方々には、INS/GPS 分野において様々なご協力頂き感謝申し上げます。

東京大学の成岡優氏には、Kalman Filter についてご指導いただき感謝申し上げます。

最後に情報通信工学研究室の皆さまに心から感謝の意を表します。



参照

MATLAB のソースコード