二重位相差を利用した測位についての補足

東京商船大学
久保信明

測位に用いる観測量

搬送波位相（単位はサイクル）

$$\phi = \lambda^{-1}[r - I + T] + f(\delta t_u - \delta t^s) + N + \varepsilon_\phi$$

2重位相差（単位はサイクル）：基準局と移動局で2つの衛星が利用できれば、上の搬送波位相の式が4つできる。その4つから2重位相差を作る

$$\phi_{ur}^{(kl)} = (\phi_u^{(k)} - \phi_r^{(k)}) - (\phi_u^{(l)} - \phi_r^{(l)})$$

uとrはユーザ局及びreference局、kとlは2つの衛星を示す

つづき

$$\phi_{ur}^{(kl)} = \lambda^{-1}[r_u^k - I_u^k + T_u^k] + f(\delta t_u - \delta t^k) + N_u^k + \varepsilon_{\phi_u}{}^k$$

$$-\lambda^{-1}[r_r^k - I_r^k + T_r^k] - f(\delta t_r - \delta t^k) - N_r^k - \varepsilon_{\phi_r}{}^k$$

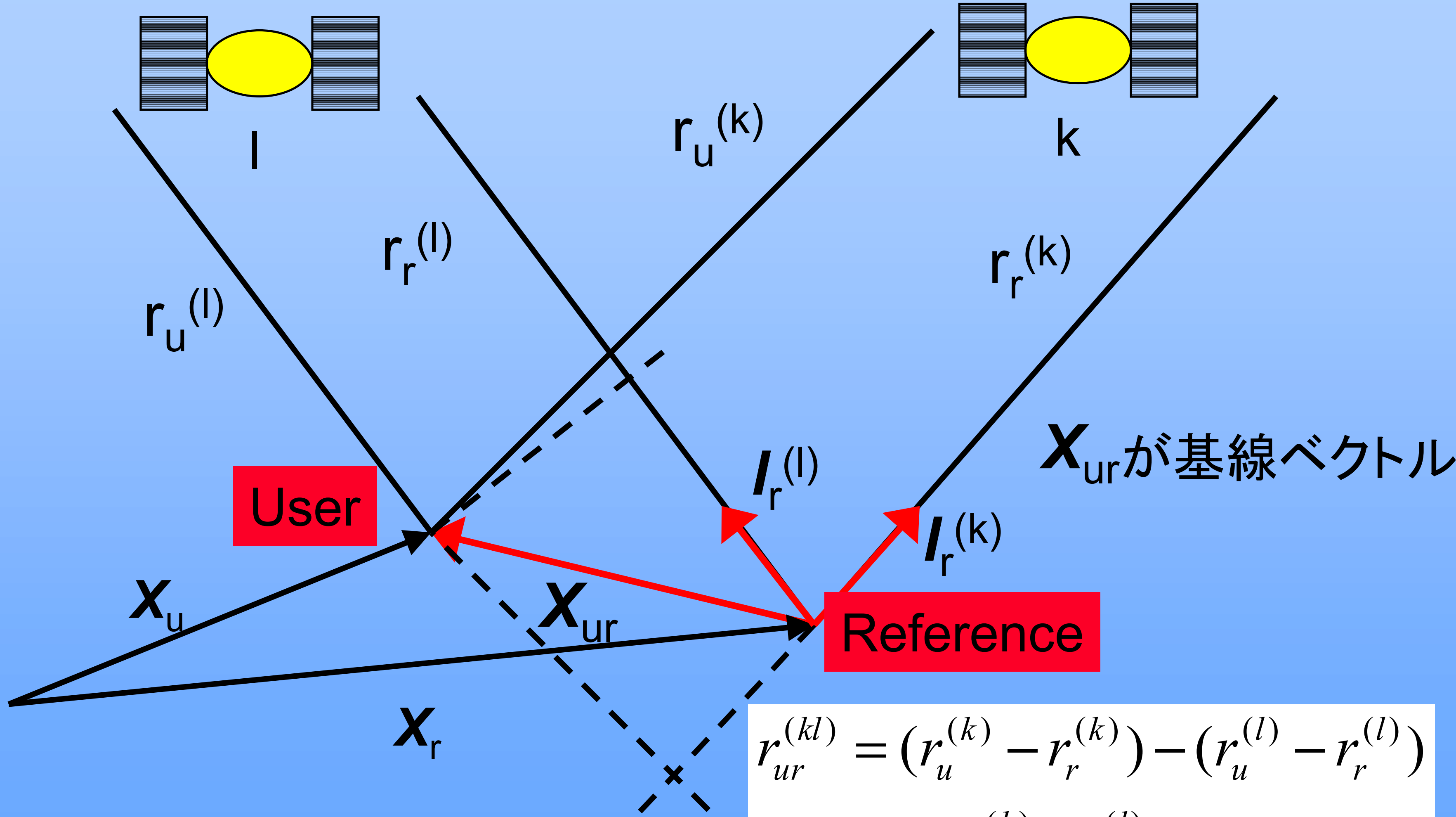
$$-\lambda^{-1}[r_u^l - I_u^l + T_u^l] - f(\delta t_u - \delta t^l) - N_u^l - \varepsilon_{\phi_u}{}^l$$

$$+\lambda^{-1}[r_r^l - I_r^l + T_r^l] + f(\delta t_r - \delta t^l) + N_r^l + \varepsilon_{\phi_r}{}^l$$

上の展開された式より、受信機と衛星の時計誤差が完全に消去される。また電離層と対流圏の遅延量を基準局と移動局でほぼ同じであると仮定（10km未満）すると

$$\boxed{\phi_{ur}^{(kl)} = \lambda^{-1} r_{ur}^{(kl)} + N_{ur}^{(kl)} + \varepsilon_{\phi,ur}^{(kl)}}$$

2重位相差の概念図



$$
\begin{aligned}
r_{ur}^{(kl)} &= (r_u^{(k)} - r_r^{(k)}) - (r_u^{(l)} - r_r^{(l)}) \\
&= -(\mathbf{l}_r^{(k)} - \mathbf{l}_r^{(l)}) \cdot \mathbf{x}_{ur}
\end{aligned}
$$

位置を算出する観測方程式

$$\begin{bmatrix} \phi_{ur}^{(21)} \\ \phi_{ur}^{(31)} \\ \phi_{ur}^{(41)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\mathbf{l}_r^{(2)} - \mathbf{l}_r^{(1)}\right)^T \\ -\left(\mathbf{l}_r^{(3)} - \mathbf{l}_r^{(1)}\right)^T \\ -\left(\mathbf{l}_r^{(4)} - \mathbf{l}_r^{(1)}\right)^T \end{bmatrix} \mathbf{x}_{ur} + \begin{bmatrix} N_{ur}^{(21)} \\ N_{ur}^{(31)} \\ N_{ur}^{(41)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{\phi,ur}^{(21)} \\ \varepsilon_{\phi,ur}^{(31)} \\ \varepsilon_{\phi,ur}^{(41)} \end{bmatrix}$$

上式より、整数値バイアス値が3つ求まれば、自動的に基線ベクトルが求まり、ユーザの位置が求まることになる。最小二乗法を用いる。

上記の式では、視線方向ベクトルが常に基準局から算出されているので、基線ベクトルが長くなるとうまくいかないと考えられる。そこでユーザ局からの視線ベクトルを計算するように変更する。

式の全体

$$\phi_{ur}^{(kl)} = \lambda^{-1} r_{ur}^{(kl)} + N_{ur}^{(kl)} + \varepsilon_{\phi,ur}^{(kl)}$$

$$= \lambda^{-1}((r_u^k - r_r^k) - (r_u^l - r_r^l)) + N_{ur}^{(kl)} + \varepsilon_{\phi,ur}^{(kl)}$$

$$\phi_{ur}^{(kl)} + \lambda^{-1}(r_r^k - r_r^l) - N_{ur}^{(kl)} = \lambda^{-1}(r_u^k - r_u^l) + \varepsilon_{\phi,ur}^{(kl)}$$

$$r_r^k - r_r^l = \sqrt{(x^{(k)} - x_{ref})^2 + (y^{(k)} - y_{ref})^2 + (z^{(k)} - z_{ref})^2} - \sqrt{(x^{(l)} - x_{ref})^2 + (y^{(l)} - y_{ref})^2 + (z^{(l)} - z_{ref})^2}$$

$$r_u^k - r_u^l = \sqrt{(x^{(k)} - (x_{ref} + \delta x))^2 + (y^{(k)} - (y_{ref} + \delta y))^2 + (z^{(k)} - (z_{ref} + \delta z))^2}$$

$$- \sqrt{(x^{(l)} - (x_{ref} + \delta x))^2 + (y^{(l)} - (y_{ref} + \delta y))^2 + (z^{(l)} - (z_{ref} + \delta z))^2}$$

$$= \underline{\sqrt{(x^{(k)} - x_{ref})^2 + (y^{(k)} - y_{ref})^2 + (z^{(k)} - z_{ref})^2}} - \frac{(x^{(k)} - x_{ref})\delta x + (y^{(k)} - y_{ref})\delta y + (z^{(k)} - z_{ref})\delta z}{\sqrt{(x^{(k)} - x_{ref})^2 + (y^{(k)} - y_{ref})^2 + (z^{(k)} - z_{ref})^2}}$$

$$- \left(\underline{\sqrt{(x^{(l)} - x_{ref})^2 + (y^{(l)} - y_{ref})^2 + (z^{(l)} - z_{ref})^2}} - \frac{(x^{(l)} - x_{ref})\delta x + (y^{(l)} - y_{ref})\delta y + (z^{(l)} - z_{ref})\delta z}{\sqrt{(x^{(l)} - x_{ref})^2 + (y^{(l)} - y_{ref})^2 + (z^{(l)} - z_{ref})^2}} \right)$$

次のスライドに計算手順を示します

計算手順

- 前のスライドにおいて、既知となった値はできるだけ左辺に移動させていることがポイントです。基準局と各衛星間の値は既知であり、さらに一番下の式の赤色の下線部分も既知なので左辺に移行できます。
- 最小二乗法で算出するのは、δx, δy, δzで、この値を順次計算（4回程度）し変更しながら計算をすすめることになります。一番下の式の線なし部分は単独測位と同じように計算します。
- 基準局：x_{ref},y_{ref},z_{ref}
- 移動局：$x_{ref}+\delta x$, $y_{ref}+\delta y$, $z_{ref}+\delta z$