

# カルマンフィルタを用いた ドップラ測位に関する研究

東京海洋大学 海洋工学部 海事システム工学科  
情報通信工学研究室 2221053 福原安滋

# 1.概要 研究背景・目的

- 既存の測位システムは GNSS の疑似距離測位に大きく依存しているが、ジャミング・スプーフィングなどにより利用できない場面が増えている。
- Starlink のような LEO (Low Earth Orbit) 通信衛星が数多く打ち上げられている。
- LEO 衛星は、受信周波数のドップラシフトが大きく、時間変化も顕著になる。この性質は、「ドップラ測位」にとって非常に有利である。

# 1.概要 低軌道衛星衛星について

- 高度  
GPSなどのMEOが約20000km。  
LEOは約160km~2000km。
- 機数  
GNSSは約135機。  
LEOはStarlinkだけでも約8800機が軌道上に存在。（2025年11月）

右の画像はGNSSとStarlinkの位置を可視化したもの。上側がGNSS、下側がStarlink。



# 計算手法について

ILS,EKF,UKF

## 2.測位原理など 最小二乗を用いたドップラ測位

最小二乗 (ILS:Iterated Least Squares)

- 状態ベクトル  $x = (r^T, \dot{r}^T, \dot{b})^T$

$r$ :受信機位置位置[m]、

$\dot{b}$ :クロックドリフトによる速度変位[m/s]

観測モデル (ドップラー)

$$z = h(x) + v$$

$$h_i = (\dot{r}_i - \dot{r})^T e_i + \dot{b}$$

$z$ :観測値 (ドップラシフト:Hzをm/sに変換)、

$h_i$ :観測モデル、 $v$ :観測ノイズ、 $r_i$ :各衛星の位置[m]、

$e_i$ :視線ベクトル

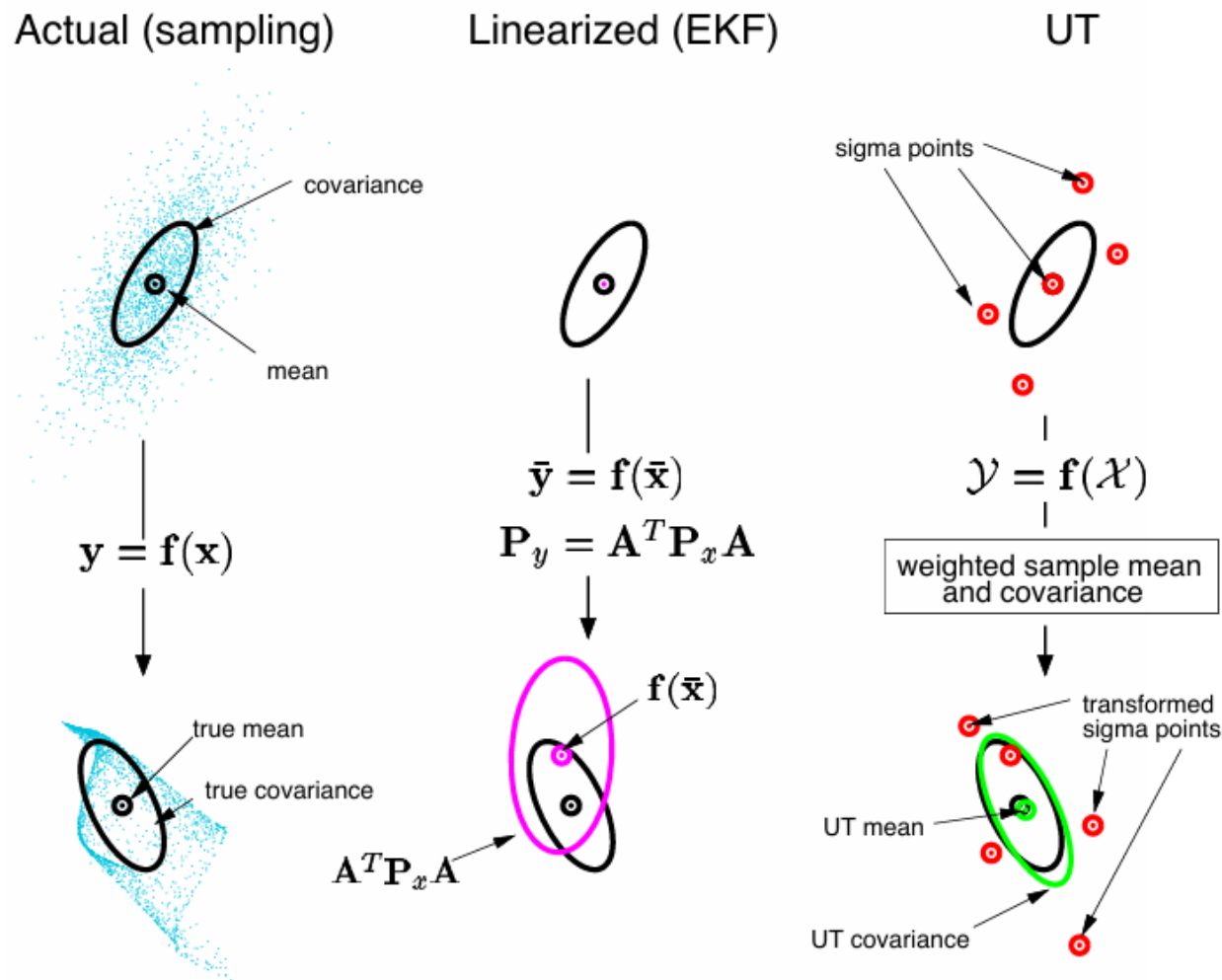
# 最小二乗

- $r^k = z - h(x^k) \approx H^k \Delta x$  ←  $r$ : 予測と観測の残差。  $k$ : 反復回数。 これを最小にするような  $\Delta x$  を求める。
- $\|r^k - H^k \Delta x\|^2 = (r^k - H^k \Delta x)^T (r^k - H^k \Delta x)$   
これを  $\Delta x$  で微分して、0 とおくと、
$$-2H^{kT}(r^k - H^k \Delta x) = 0$$
$$\Delta x = (H^{kT} H^k)^{-1} H^{kT} r^k$$
となり、これを解くことで、更新量が求まる。
- 求まった  $\Delta x$  だけ今の推定を動かす。
$$x^{k+1} = x^k + \Delta x$$

# 最小二乗

- 要するに、「予測した状態」（位置、速度、クロックドリフト）から得られる「予測の観測」と実際の観測の差が小さくなるように、「予測した状態」を調整していく計算。
- 今から説明するカルマンフィルタも、結局は逐次最小二乗法なので、考え方は同じ。

# EKFとUKFの違い



出典：E. A. Wan and R. van der Merwe,  
“The Unscented Kalman Filter for Nonlinear Estimation,”  
Proc. IEEE Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control,  
2000, Fig.1.

## EKF(Extended Kalman filter)

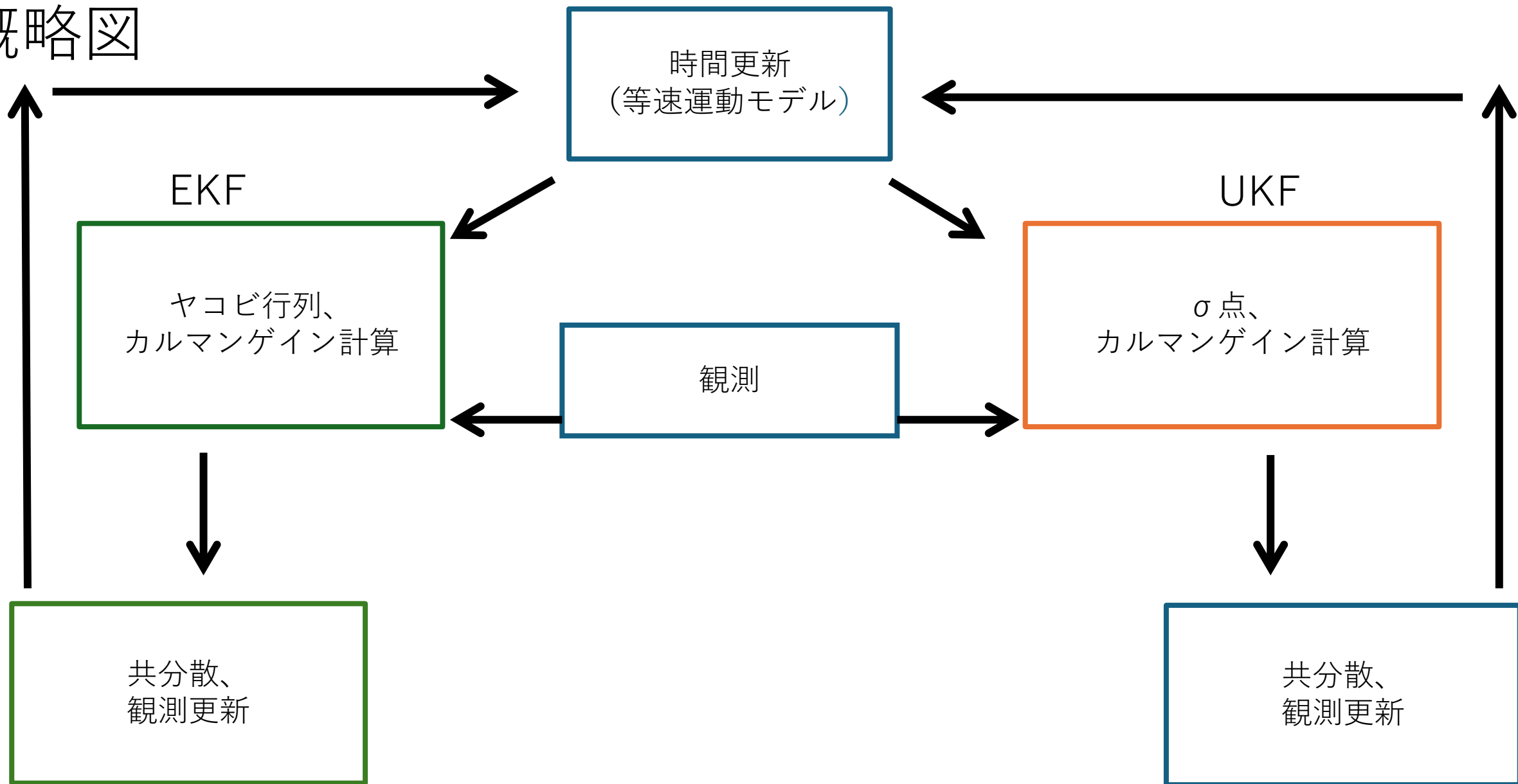
- モデルを一次近似で線形化して、ヤコビ行列を導出。
- 一次近似なので、近似誤差が大きいケースがある。  
→フィルタ内の分布が広い時など

## UKF(Unscented Kalman filter)

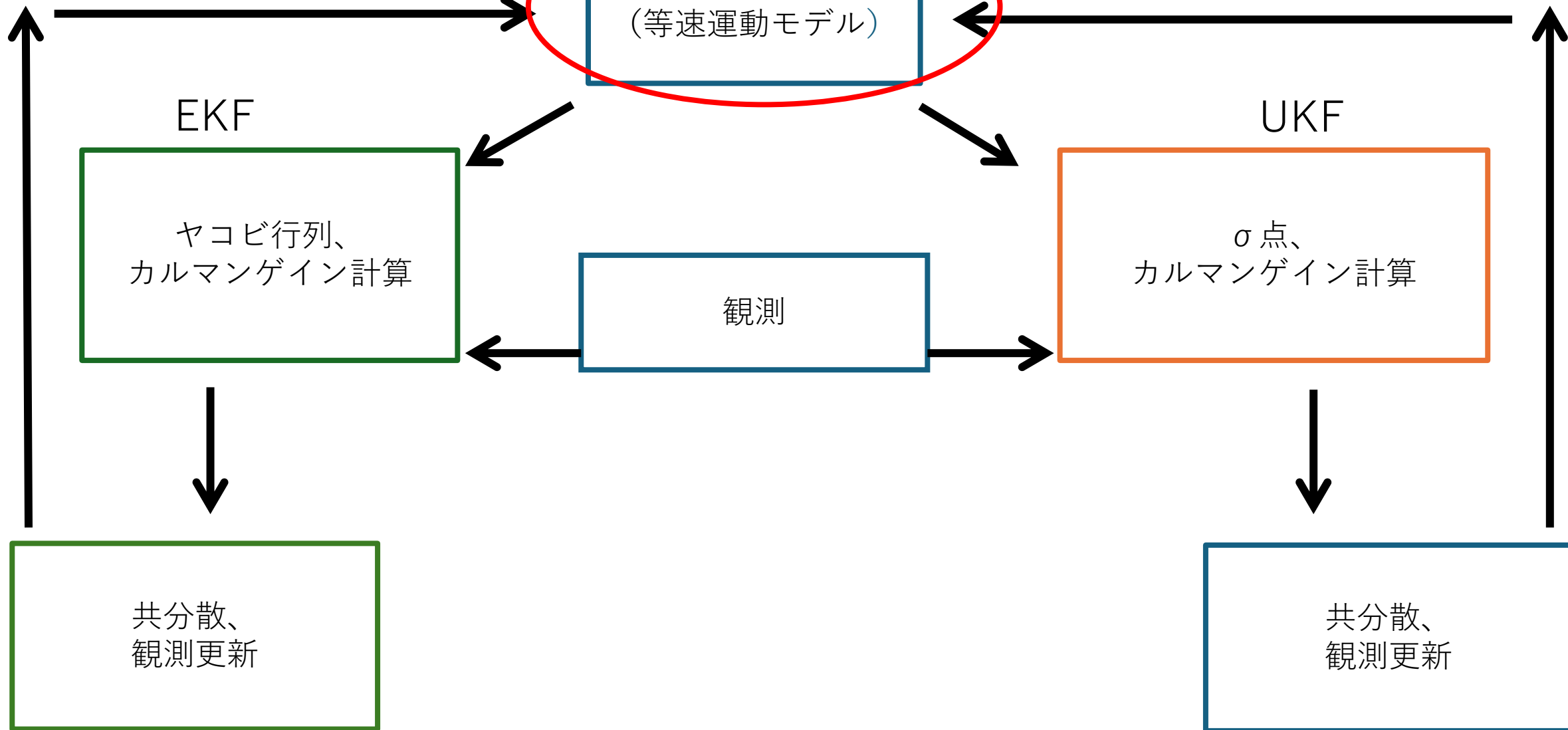
- 線形化は行わず、 $\sigma$ 点を生成して観測モデルに通し、分布ごと近似。
- 分布ごと近似するため、EKFに比べて近似誤差が少ない。



# 概略図



# 概略図



# 時間更新

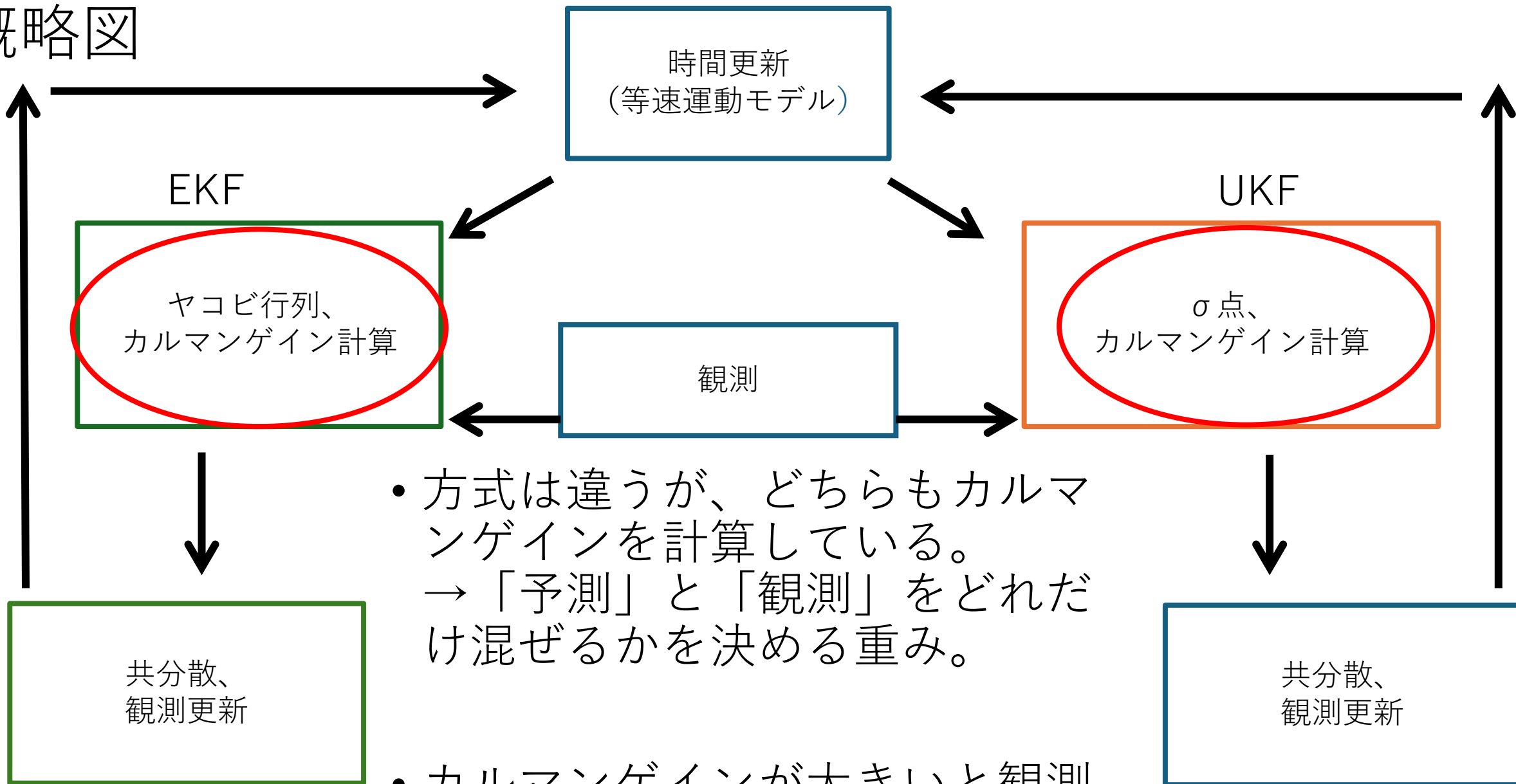
EKFとUKFで同様の時間更新の  
方式を適用。

- $\hat{x}_{k+1}^- = F \hat{x}_k^+$
- $P_{k+1}^- = F P_k^+ F^T + Q_{k+1}$
- $F = \begin{pmatrix} I_{3 \times 3} & \Delta t I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 1 \end{pmatrix}$  状態遷移行列（等速運動モデル）

- 位置 = 前回位置 +  $\Delta t$  前回速度、速度そのまま（加速度モデルなし）  
クロックドリフトもそのまま

- $\hat{x}_{k+1}^-$ : 事前推定、 $F \hat{x}_k^+$ : 事後推定、 $Q$ : プロセスノイズの共分散、 $P$ : 「真の状態と推定値の差」の共分散行列

# 概略図



- 方式は違うが、どちらもカルマンゲインを計算している。  
→「予測」と「観測」をどれだけ混ぜるかを決める重み。

- カルマンゲインが大きいと観測による更新が強く働く

# シミュレーション

GPS7機、Starlink7機  
ドップラ測位でILS,EKF,UKFを比較

### 3. シミュレーション

- GPS7機の軌道とStarlink7機の軌道の2つのシナリオでシミュレーション。
- 受信機は越中島キャンパス第4実験棟屋上で静止  
(35.6663, 139.792, 60.059)
- ILSとEKFとUKFで測位精度を比較。

### 3. シミュレーション結果

Starlink常時7機を30分。

$$\sigma_a = 0.05[\text{m/s}^2]$$

$$\sigma_b = 0.05[\text{m/s}]$$

$$\sigma_{meas} = 0.01[\text{m/s}]$$

$$dt = 1[\text{s}]$$

今回は観測生成にも同じ観測  
ノイズを注入している。

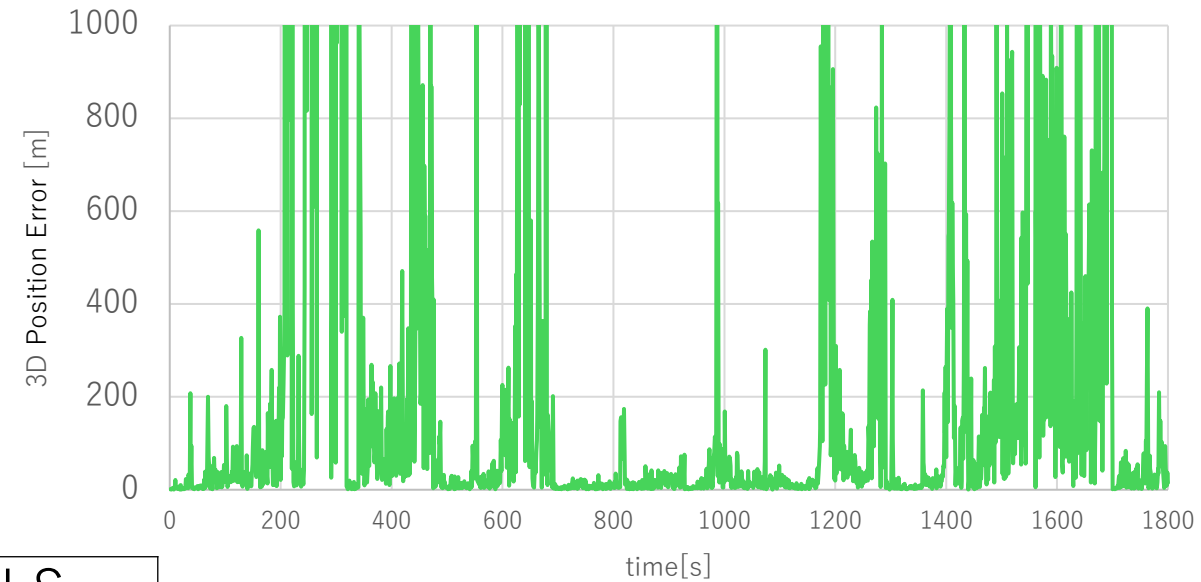
$$\sigma_{meas} = 0.01[\text{m/s}]$$

→Hzに変換すると、Starlink  
のKuバンド(10.7GHz)なら、  
約0.36[Hz]、GPSのL1信号  
(1.57542GHz)なら  
約0.053[Hz]

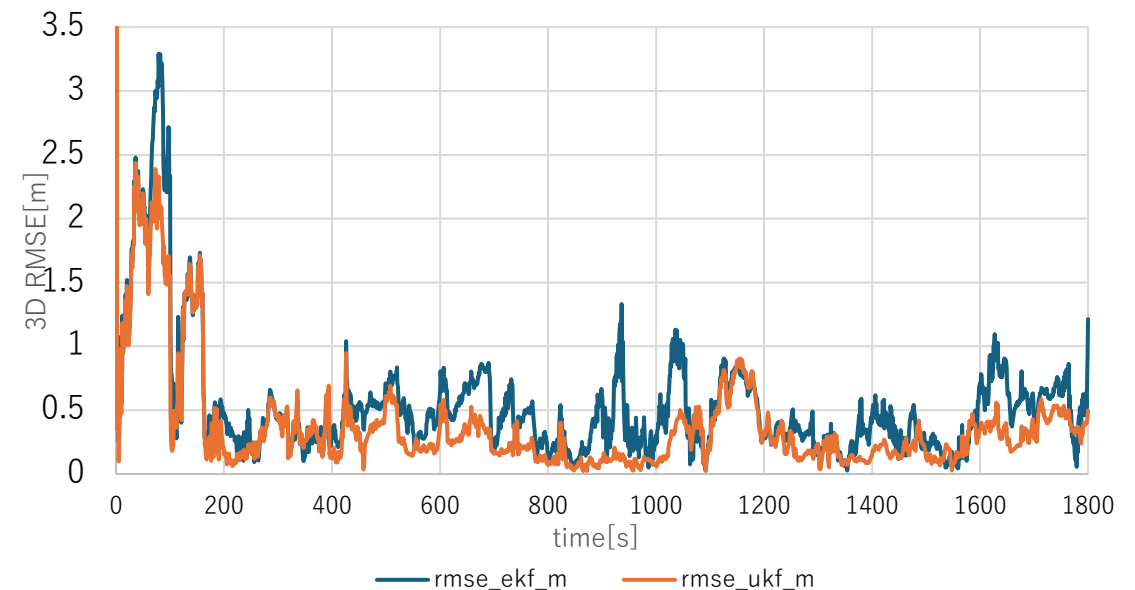
	EKF	UKF	ILS
平均[m]	0.54	0.39	935.64

ILSの中央値は31.25m

ILS\_3D Position Error [m]



EKF/UKF\_3D Position Error [m]



### 3. シミュレーション結果

GPS常時7機を1時間。

$$\sigma_a = 0.05[\text{m/s}^2]$$

$$\sigma_b = 0.05[\text{m/s}]$$

$$\sigma_{meas} = 0.01[\text{m/s}]$$

$$dt = 1[\text{s}]$$

衛星が入れ替わって精度が急激に変化している。

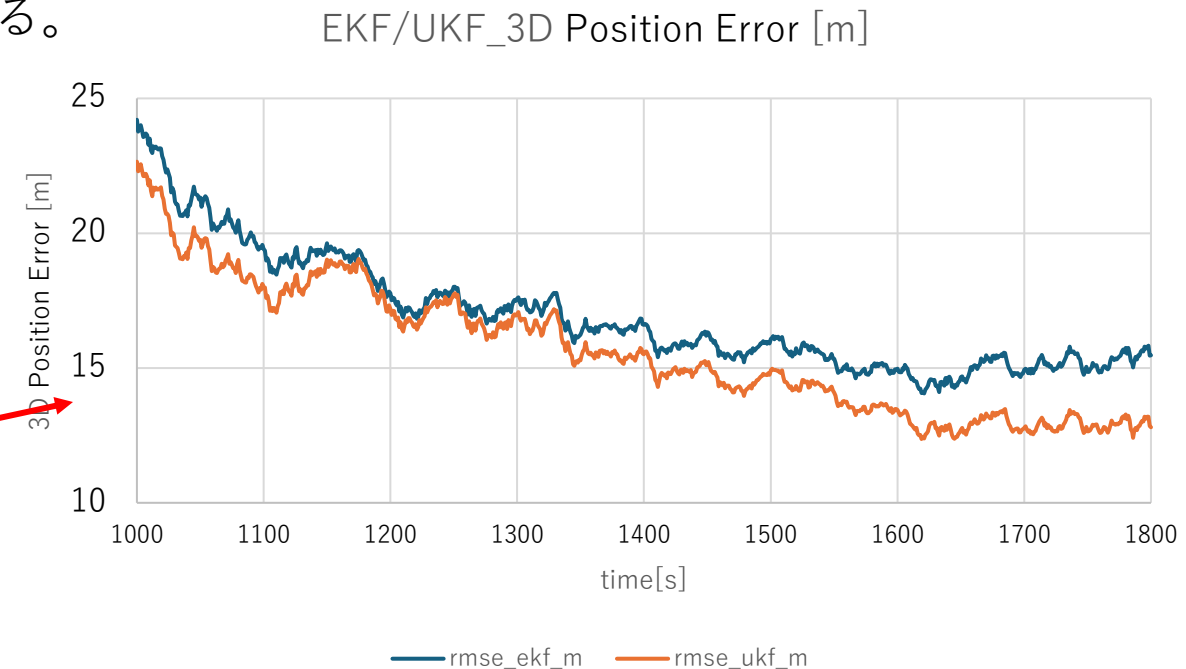
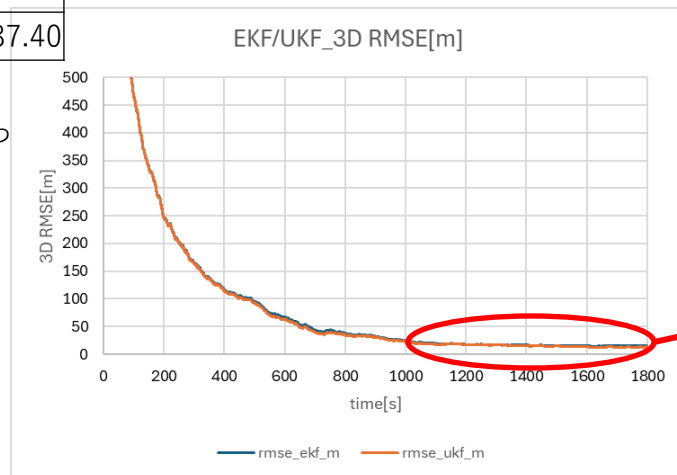
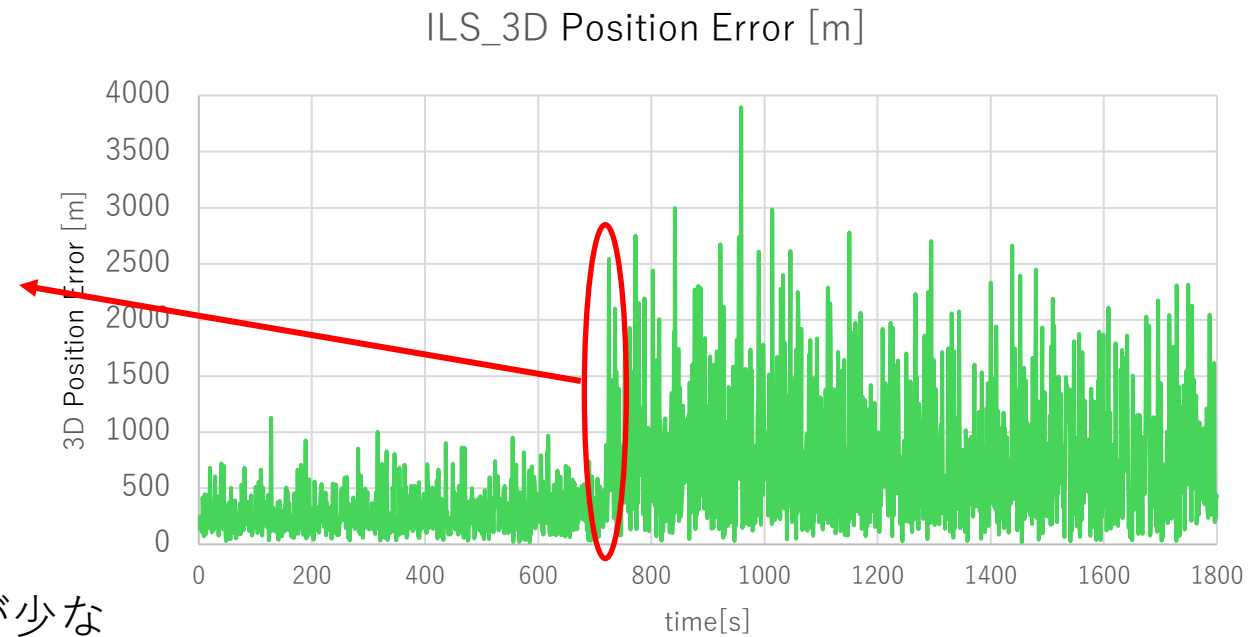
先ほどのシミュレーションとは衛星しか変えていない。

ドップラシフトの変化が少ないため、EKF/UKFの方は収束までに時間がかかっている。

	EKF	UKF	ILS
平均[m]	112.46	110.76	587.40

EKF/UKFは収束までに時間がかかっているの、平均はほぼ無意味

ILSの中央値は415.17m





なぜカルマンフィルタを通すと精度が良くなるか

- ILSは各エポックの観測だけで解く  
→観測ノイズがそのまま精度に反映。
- EKF/UKFでは、等速運動モデルにより、「過去のエポックから等速運動をしている」情報に縛られる。  
  
→等速運動による移動と、観測による予測を統合しているイメージ。
- 観測による予測をどれだけ反映させるかは、カルマンゲインによって決まるが、最初に設定する $Q$ 、 $R$ である程度決められる。

# シミュレーション考察

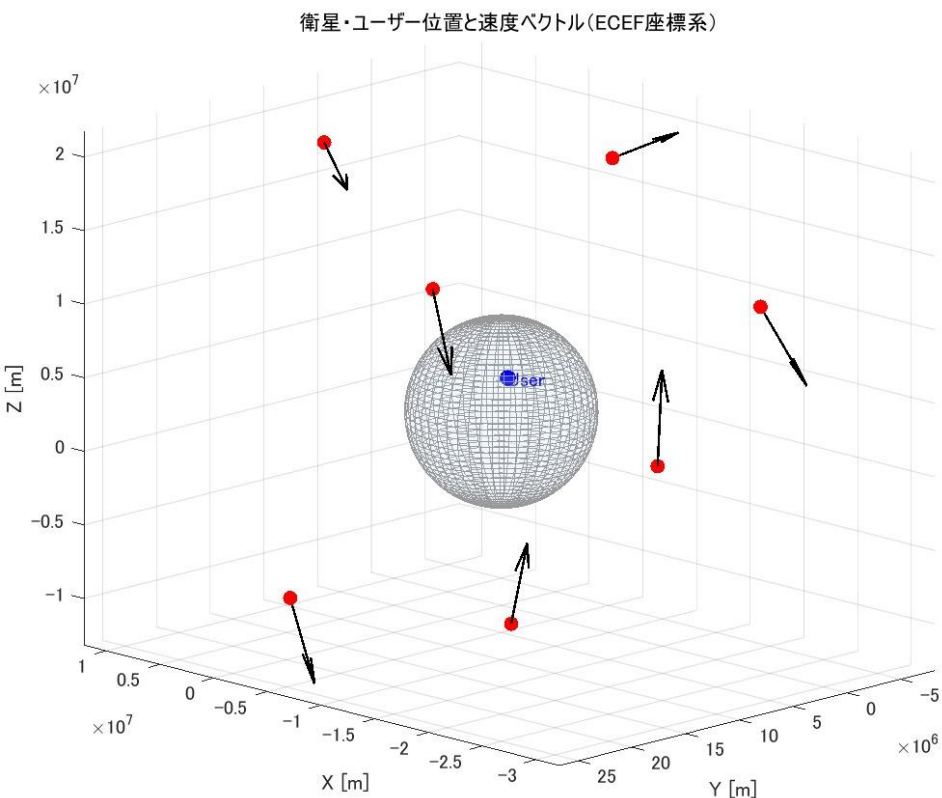
- GPS7機シナリオの方が Starlink7機よりも精度のばらつきが小さかった。Starlink は衛星の入れ替わりが激しいため、ばらつきが大きく見えている。  
→ばらつきを抑えられるEKF/UKFが有効。
- ノイズをm/sで統一しているため、GPSの方は、GPSの移動速度に対してノイズが相対的に大きい。

# 実験

GPS実データを用いてドップラ測位  
ILS,EKF,UKFを比較

# 実験

- 越中島キャンパス屋上で取得したGPSデータ（30分）を使用。
- 受信機はublox-f9p
- 初期値、初期共分散などは先ほどのシミュレーションと同じ設定。



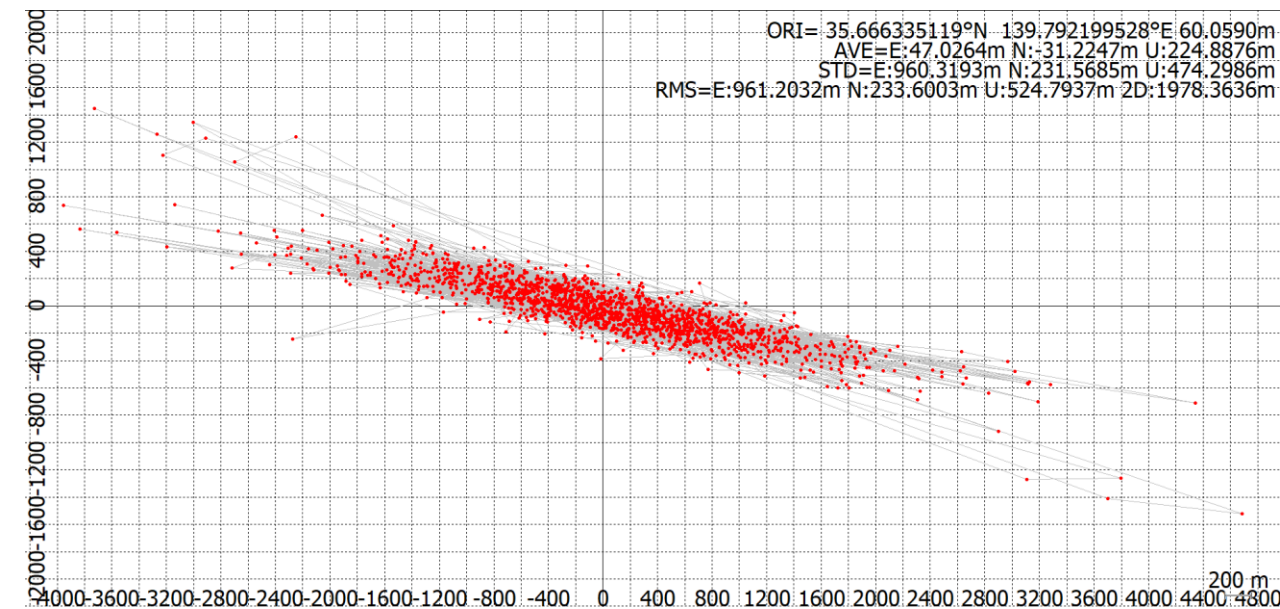
t=900での配置

D-PDOP:41132

PDOP:2.97

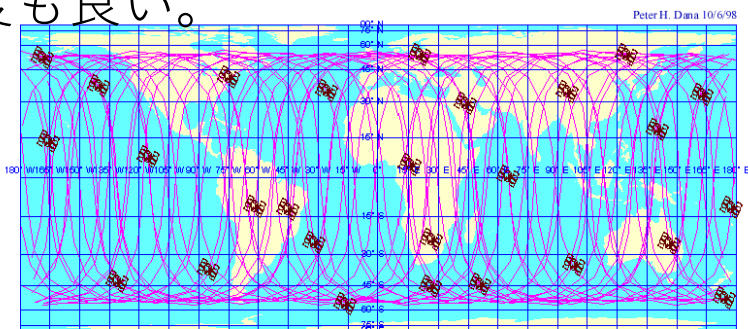
DOP(Dilution of Precision)は衛星の配置の幾何によって決まる測位精度の指標値であり、理論的には  $DOP \times \text{測距誤差(観測ノイズ)}$  が測位精度となる。

# 結果

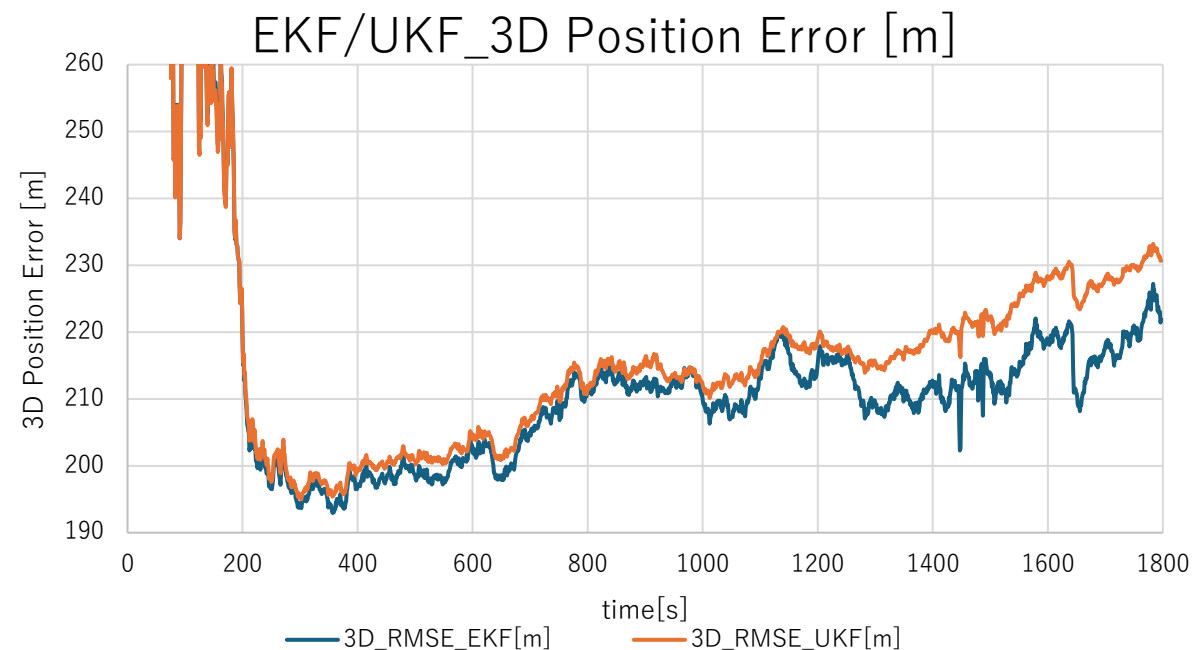
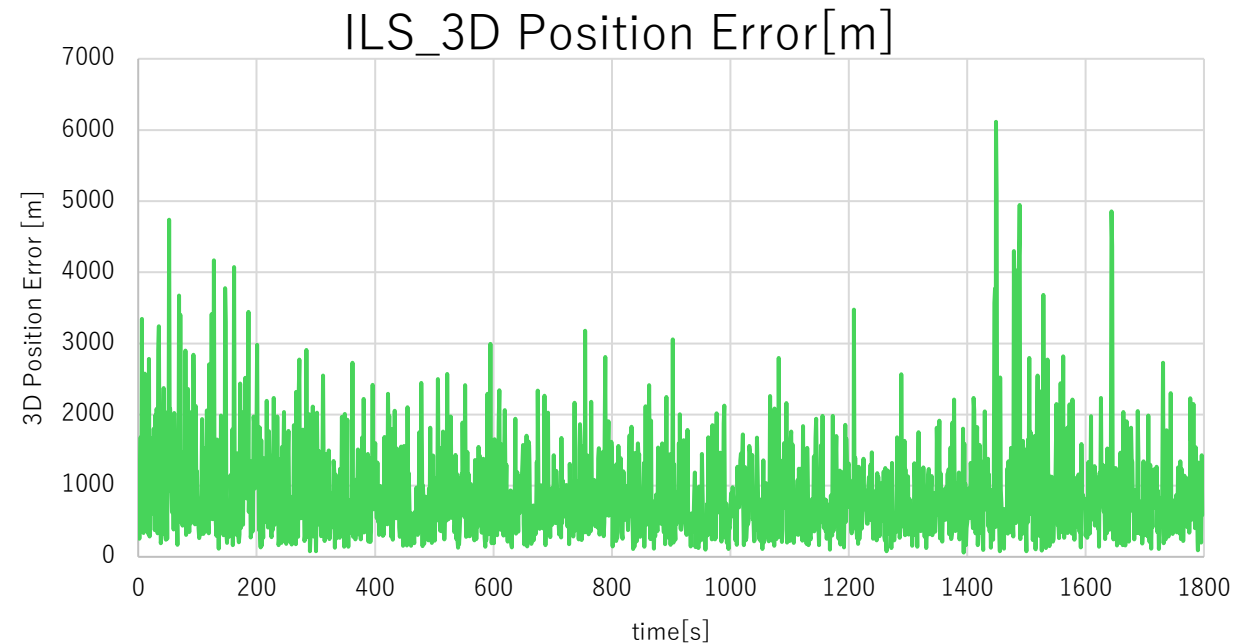


上はILSの結果の水平プロット。

GPSは南北方向に動く軌道のものが多いため、南北方向のドップラ成分の変化が大きく、精度も良い。

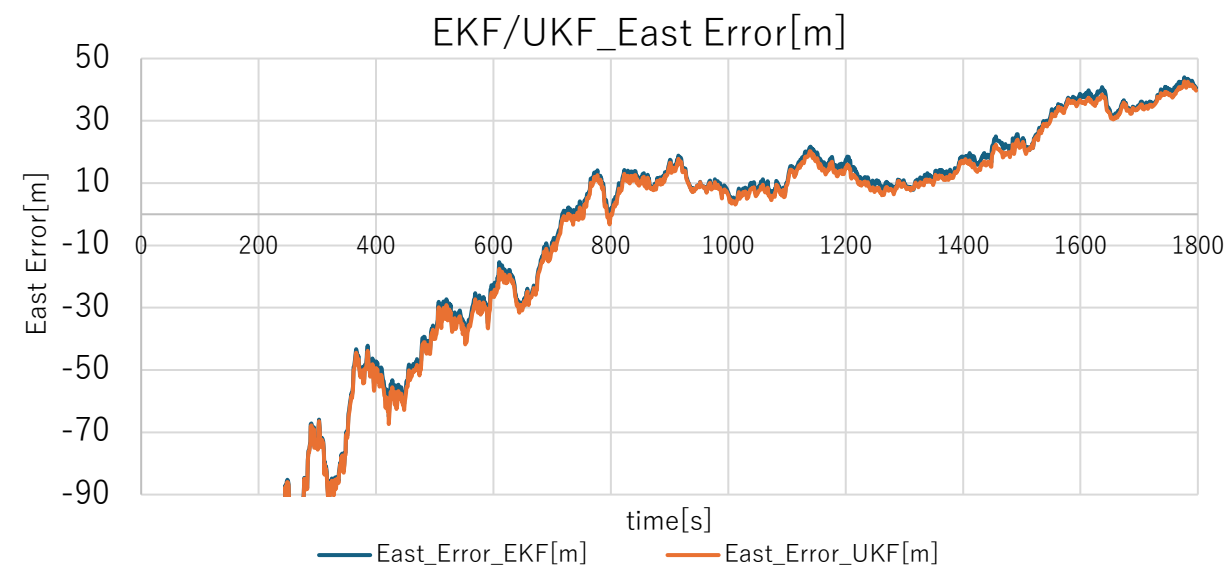
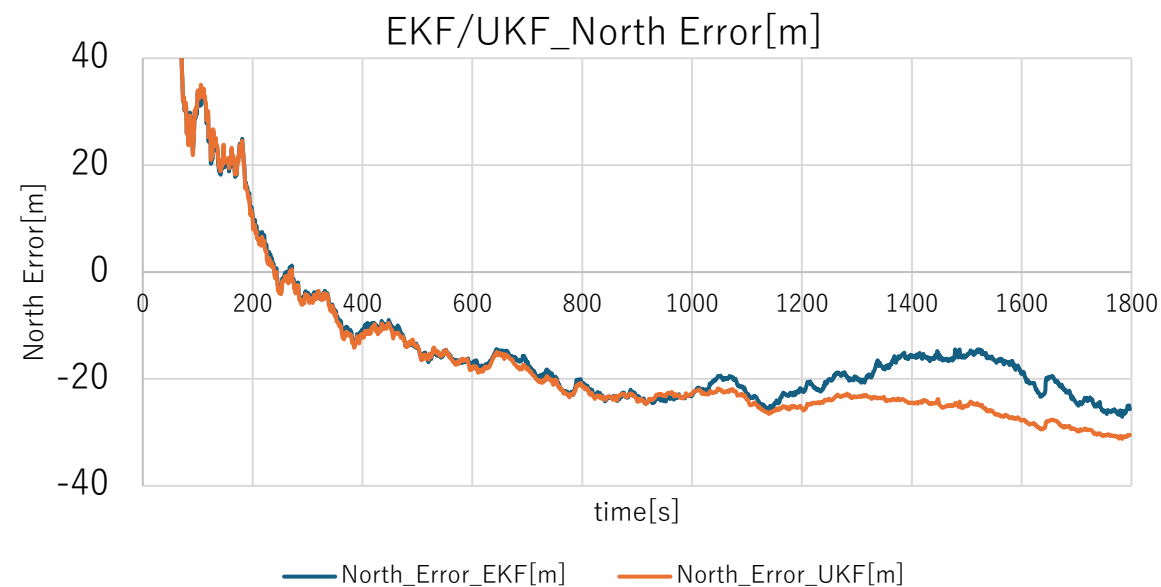
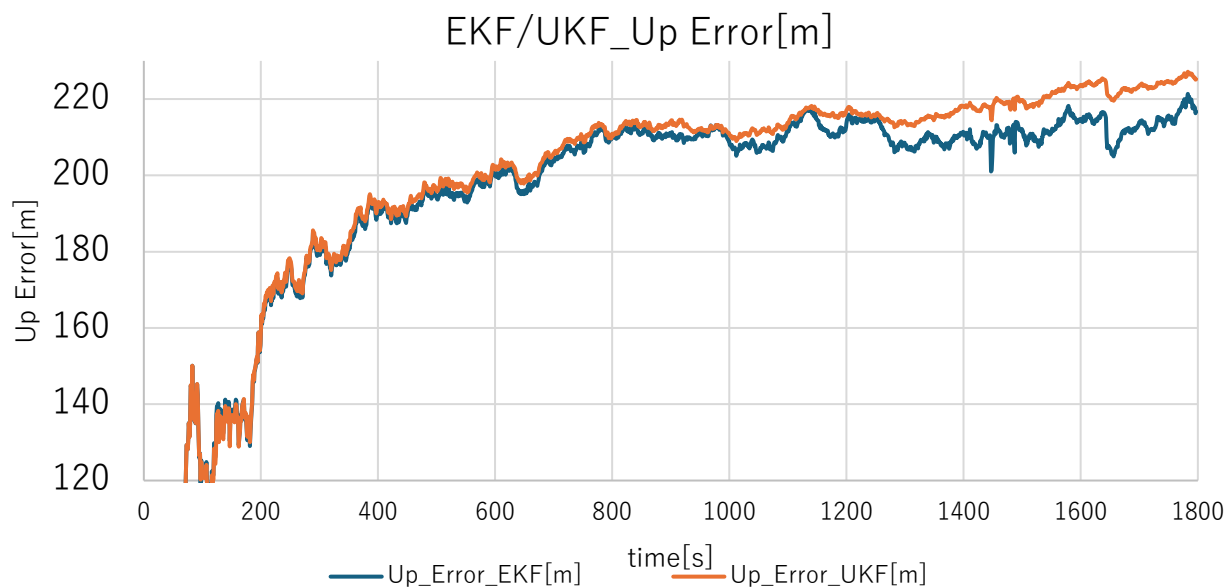


出典：[https://code7700.com/gps\\_gnss.htm](https://code7700.com/gps_gnss.htm)



# 結果

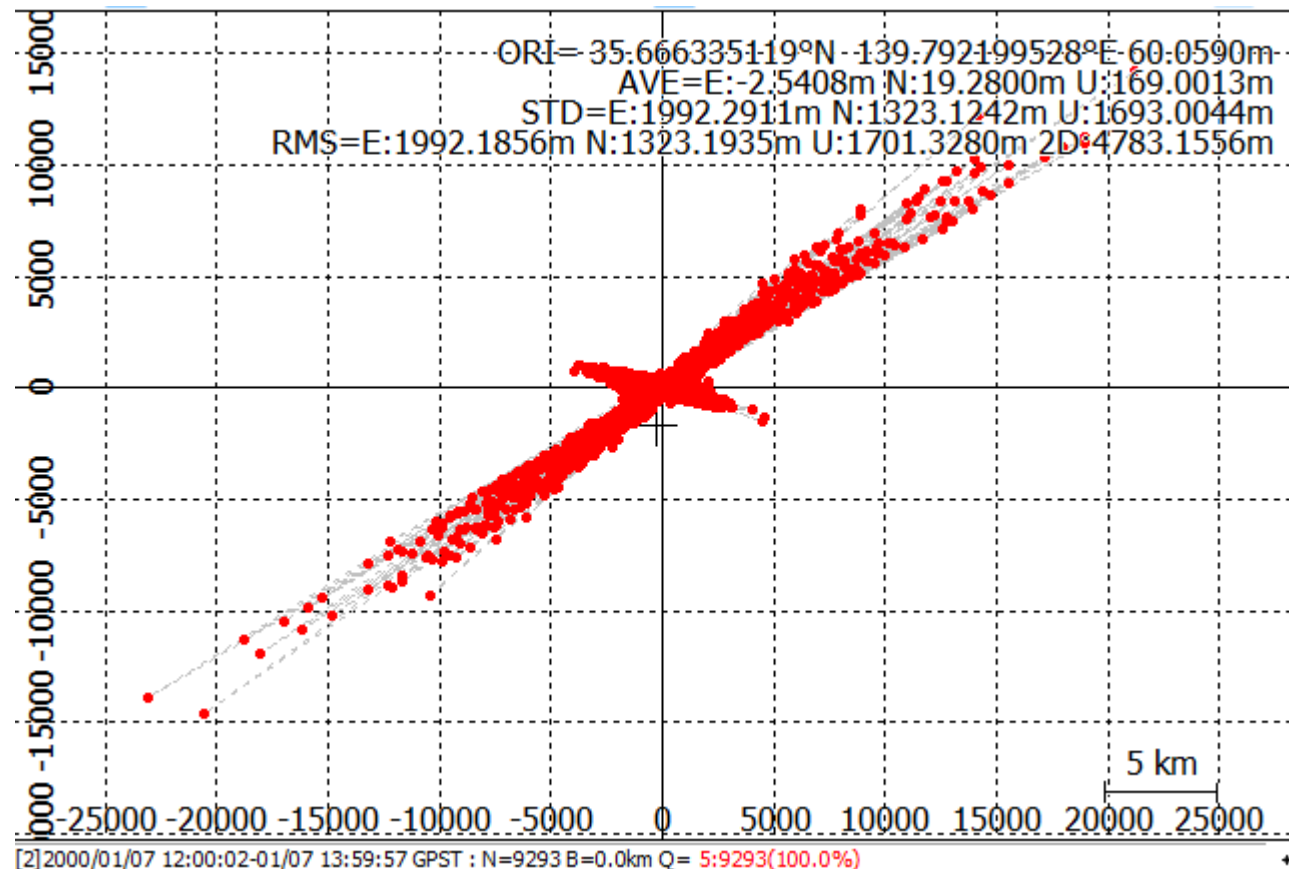
$$\sigma_{meas} = 0.01[m/s], \sigma_a = 0.05[m/s^2], \sigma_b = 0.05[m/s]$$



下の表は各方式のE(East)N(North)U(Up)方向の真値との差の平均 (3Dはノルムの平均) をまとめたものである。バイアスが乗っている。

	EKF	UKF	ILS
E[m]	-45.74	-46.87	47.03
N[m]	-7.26	-9.83	-31.22
U[m]	188.2	191.86	224.89
3D[m]	256.57	259.77	1119.77

- 使う衛星を増やして実験を行う。
- 先ほどの実験との違いは、データを取得した時間と、使っている衛星のみ。
- 下の結果はGPSのみのデータを2時間取得し、ILSでドップラ測位を行った結果のプロットである。

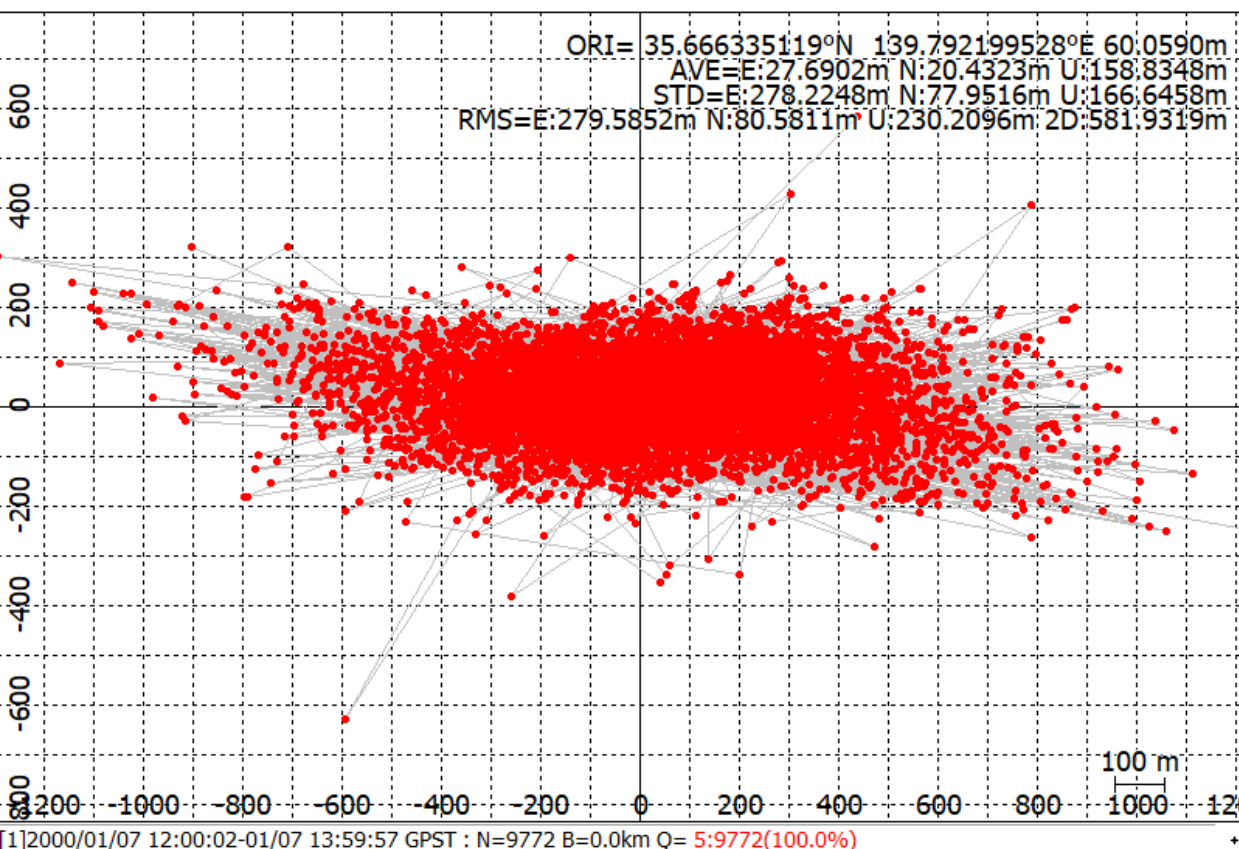


使用衛星数は約8.9機

- 同じ時間で衛星を追加する。
- 先ほどのGPSに加え、  
左の図はGalileoを追加したもの。  
右の図はGalileoとQZSSを追加したもの。

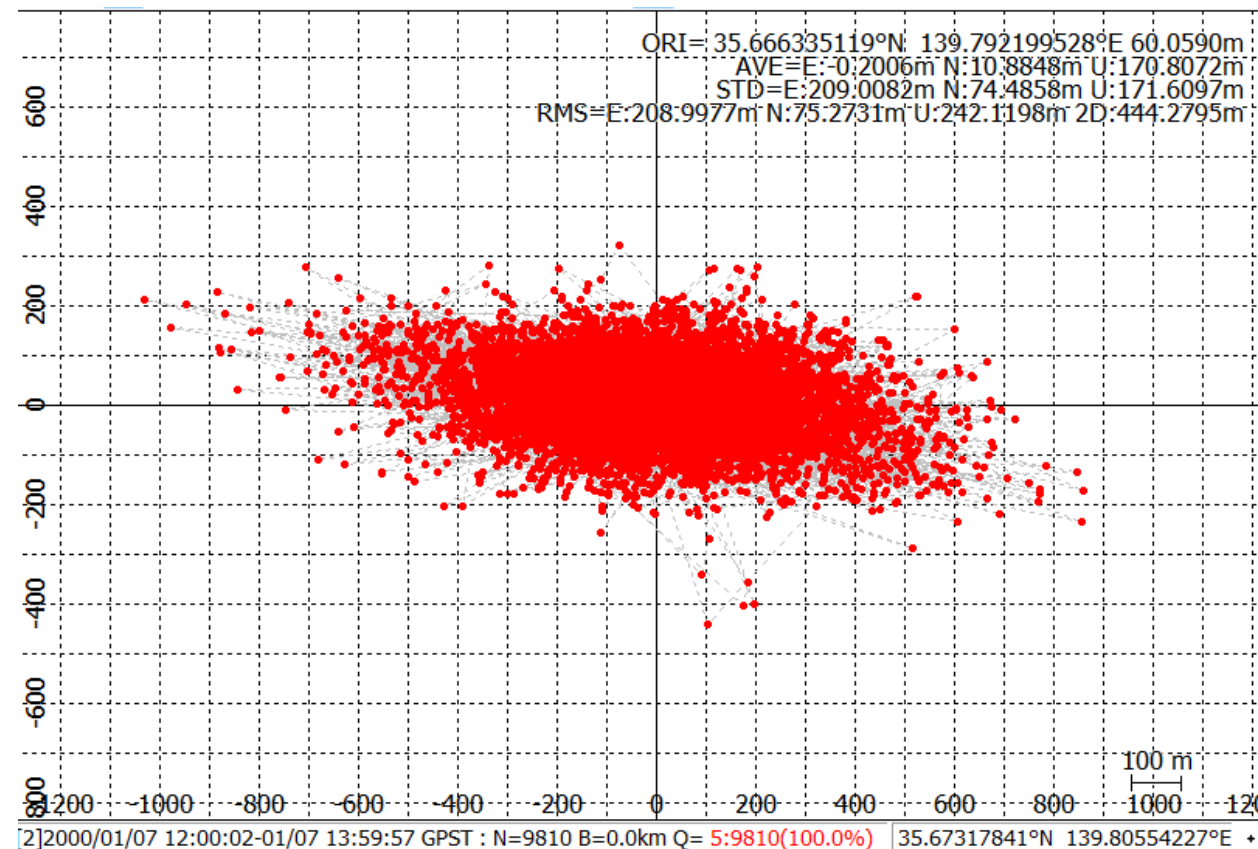
G,E

使用衛星数は約14.7機



G,E,J

使用衛星数は約17.7機





## まとめ

- シミュレーションによって、GPSとLEOで軌道の違いによるドップラ測位の精度の違いを示すことができた。
- GPSの実データを用いてドップラ測位を行い、3つの計算手法での精度を示せたが、バイアスの原因は不明。（カルマンフィルタのパラメータにも調整の余地あり。）
- 衛星数の増加によるドップラ測位の精度の向上を示せた。