

GPS衛星よりデータ受信後の 測位計算方法について

- 衛星軌道情報の取得とその利用について
- 衛星軌道情報からの衛星位置算出方法について
- 航法メッセージの各種補正データについて
- 単独測位による位置(時刻補正含む)計算方法について
- 受信機の実速度及び周波数ずれの算出方法について？



衛星軌道情報について

- **アルマナック**: ケプラーによる6軌道要素に基づいて作成されたもの
- **エフェメリス**: 6軌道要素 + 摂動等の影響を考慮して作成されたもの
- **精密軌道暦**: エフェメリスは数箇所のマスターコントロール局のデータより作成されているが、精密軌道暦は数百箇所に及ぶモニター局のデータを十分に利用して10cm程度の精度で提供される。(IGSのサイト等から入手可能)



時刻標準とGPS時刻

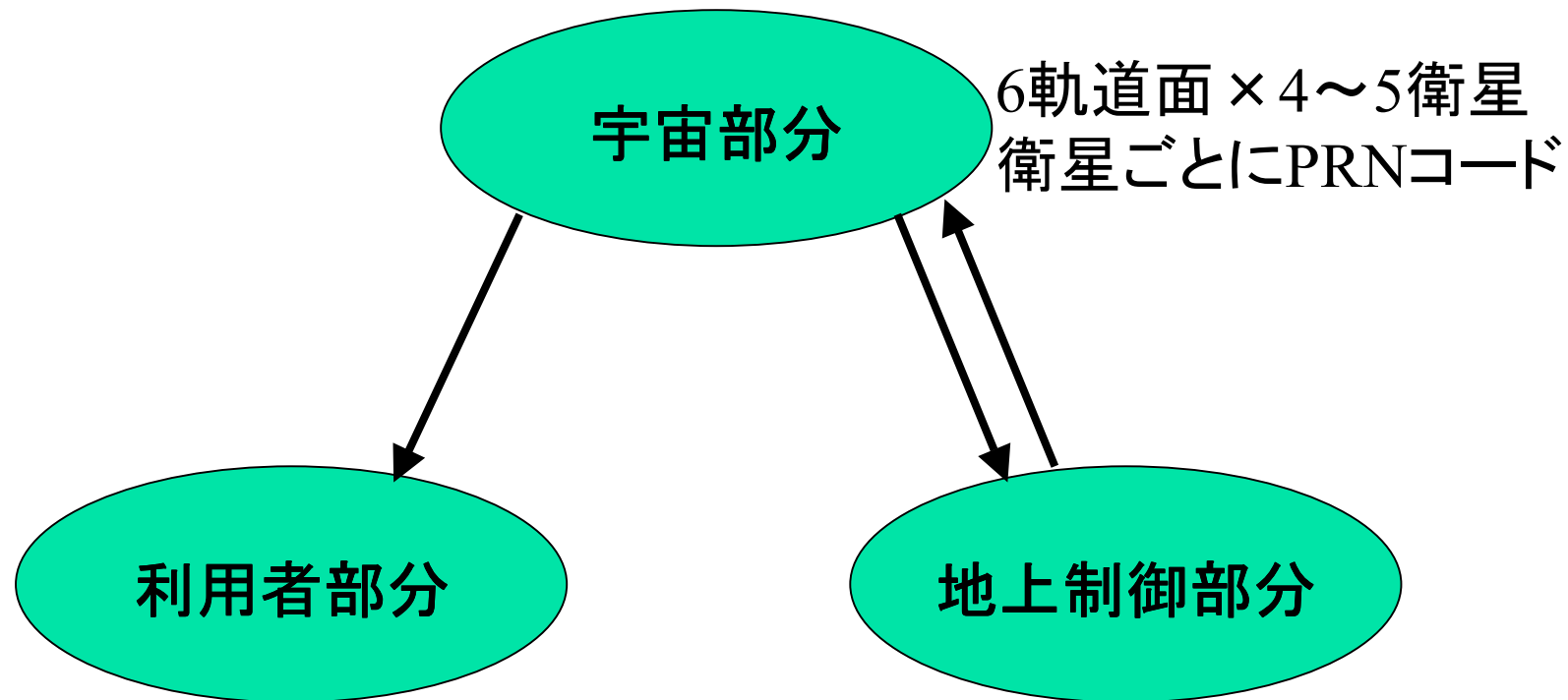
- 時刻の精度と管理はGPSの心臓
- 時刻が衛星と地上側で1 μsec ずれていると、約300mの距離誤差。数mに抑えるには数nsecの精度が必要
- GPS時刻は衛星と地上モニター局のセシウムとルビジウムによって維持されている

背景



- GPSは衛星を利用して位置を測定するシステムであり、正確な衛星の位置を知る必要がある。
- 各衛星から放送される軌道パラメータ(放送暦: Broadcast **ephemeris**)を利用することによって誤差**2~10m**以内で決定される。
- 軌道パラメータは24~48時間前に予測される。
- 上記は**500年**にわたる天体力学における知識の蓄積と1957年来の人工衛星の開発経験によるものである。

GPSシステム



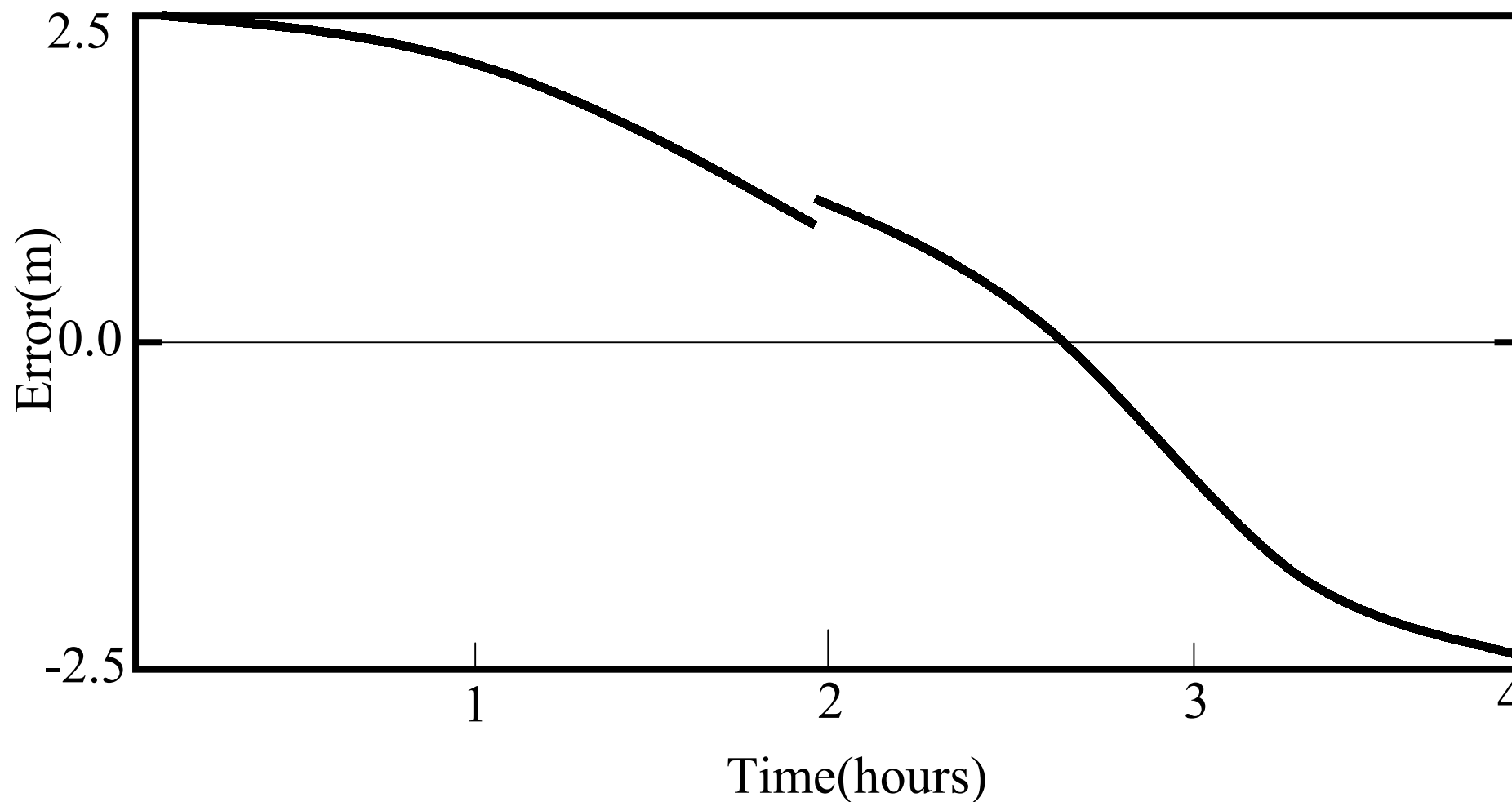
6軌道面 × 4~5衛星
衛星ごとにPRNコード

擬似距離など測定された
データから、位置・速度
時刻を算出

5モニタ局からのデータをもとに主制御局
で衛星軌道、衛星時計補正值を計算し、
3つのグランドアンテナより衛星に送信

実際の軌道予測精度

精密暦(誤差10cm以内)と放送暦の差を表す





エフェメリスの軌道情報

- ケプラーの6軌道要素とさらにもう少し詳細な摂動まで考慮した軌道情報を付加
- 全部で16個のパラメータと**IODE**という各衛星の軌道情報更新を管理する番号からなっている。
- 全てのパラメータは航法メッセージから取得可能。**ICD-GPS-200C**に詳細なフォーマットが記載されている。

地球以外による衛星への力(摂動)について

- 衛星には質点と考えた地球以外に多くの微妙な力が作用している。よって理想的な2次曲線からずれる。このずれを**摂動**と呼ぶ。以下主なもの。
 - 1、地球の重力ポテンシャルの非球状成分
 - 2、地球大気の抵抗
 - 3、月・太陽の引力
 - 4、太陽輻射圧



WGS84について

- GPS衛星はWGS84という**地球中心を原点とする座標系**を用いている。赤道上経度0度の方向をx軸、そこから右回りに直交してy軸、北極方向をz軸とする。
- 上記の座標系に対して日本測地系というものがあり、これは日本付近の地表と地球を表す基準楕円体が一致するような楕円体を用いているのでその中心は地球中心からは各軸方向に**数百mずれています**。

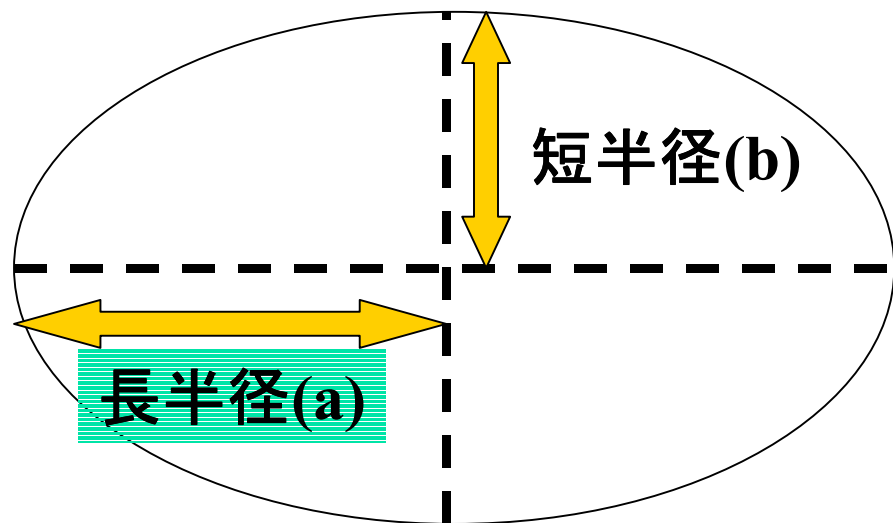


ケプラーの6軌道要素

- 理想的な状態では、GPS衛星の運動は地球を1つの焦点とする楕円軌道によって特徴づけられる。この軌道は6つのパラメータより表される。これらのパラメータはある時刻での衛星の位置及び速度を決定するものである。
- 6つのうちの5つは宇宙空間での方向、軌道の形状、大きさを決定。6つ目はある時刻での位置を決定する。

楕円軌道の特徴を決定(2個)

- 軌道長半径(a): 軌道の大きさを表す
- 離心率(e): 楕円のつぶれぐあいを表す

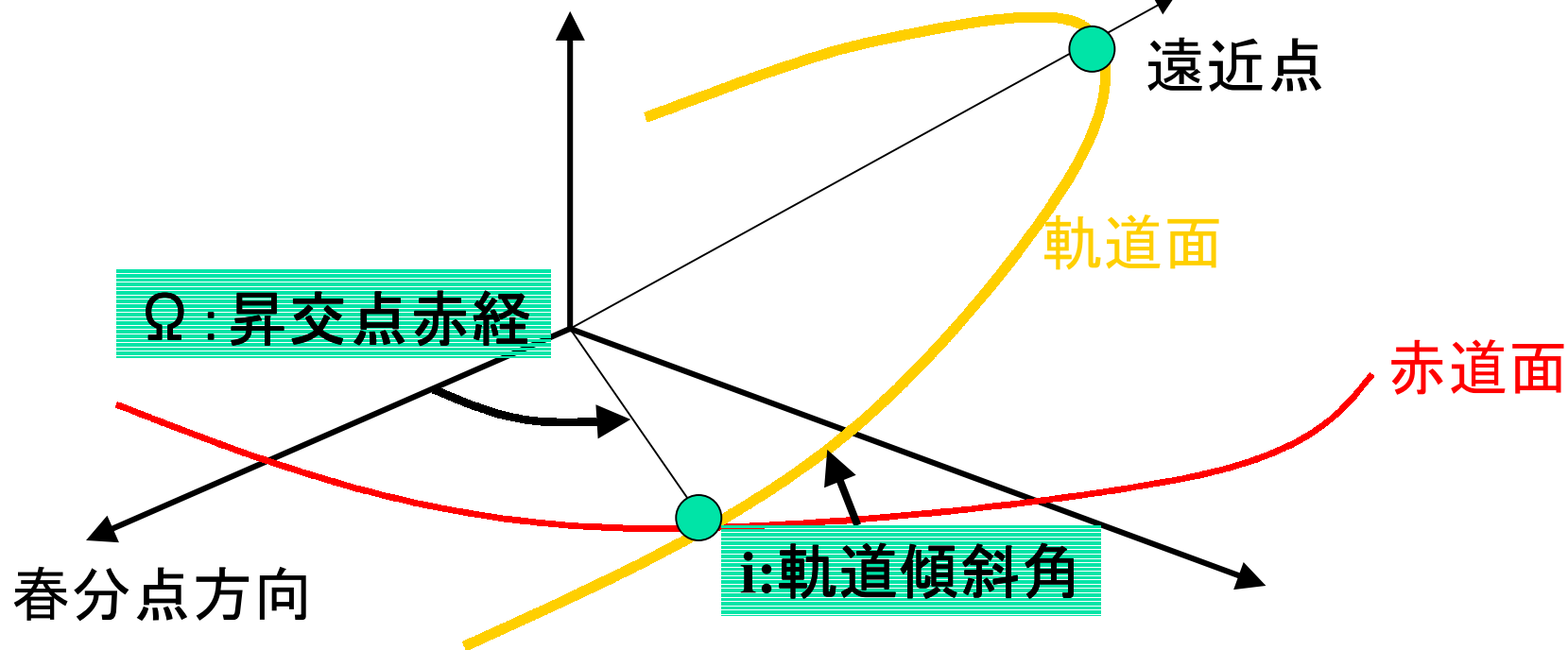


離心率 $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

$e=0$ で円、 $0 < e < 1$ で楕円、
 $e=1$ は放物線、 $e > 1$ は双曲線

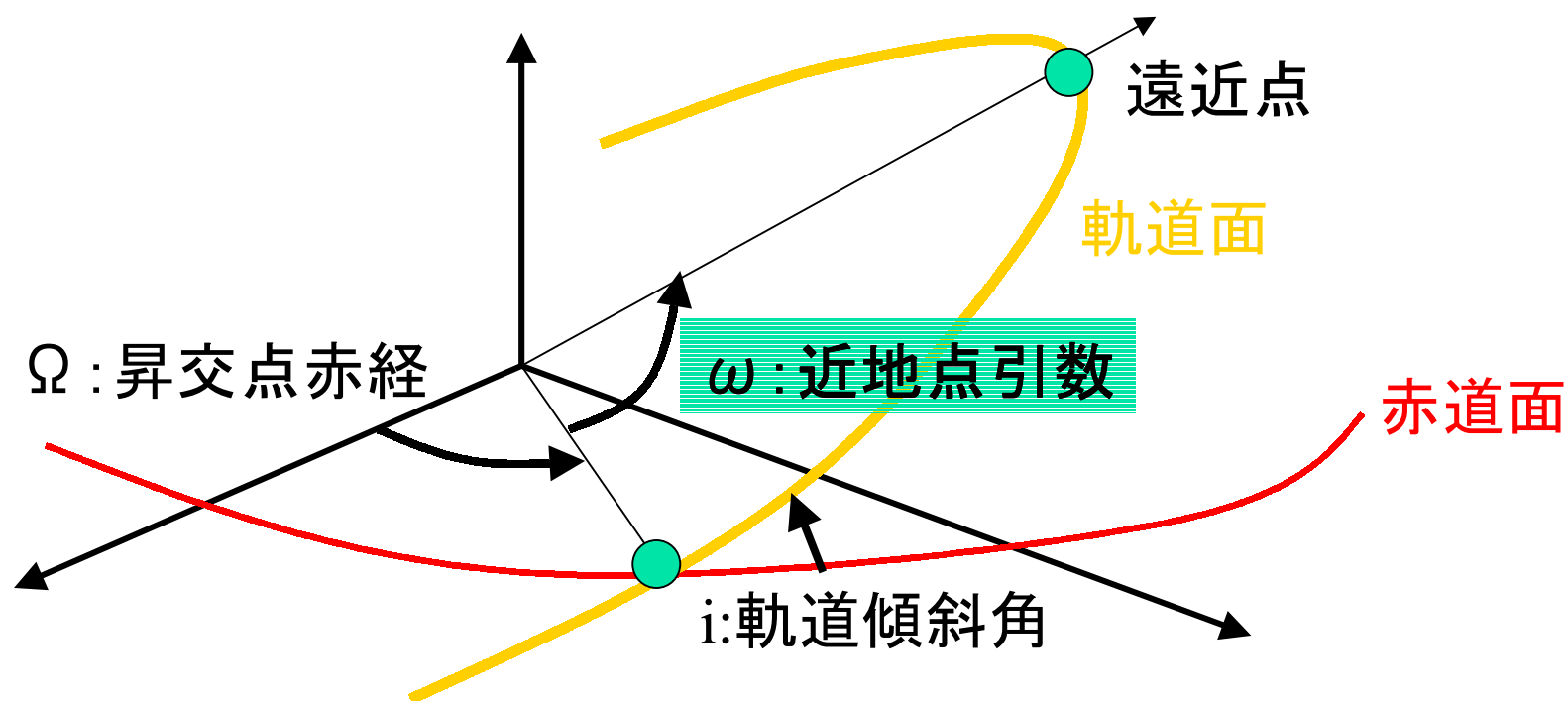
軌道面の向きを決定(2個)

- 軌道傾斜角(i): 軌道面と赤道面のなす角
- 昇交点赤経(Ω): 軌道面と赤道面の交点のうち、衛星が赤道面を南側から北側へ通過する点



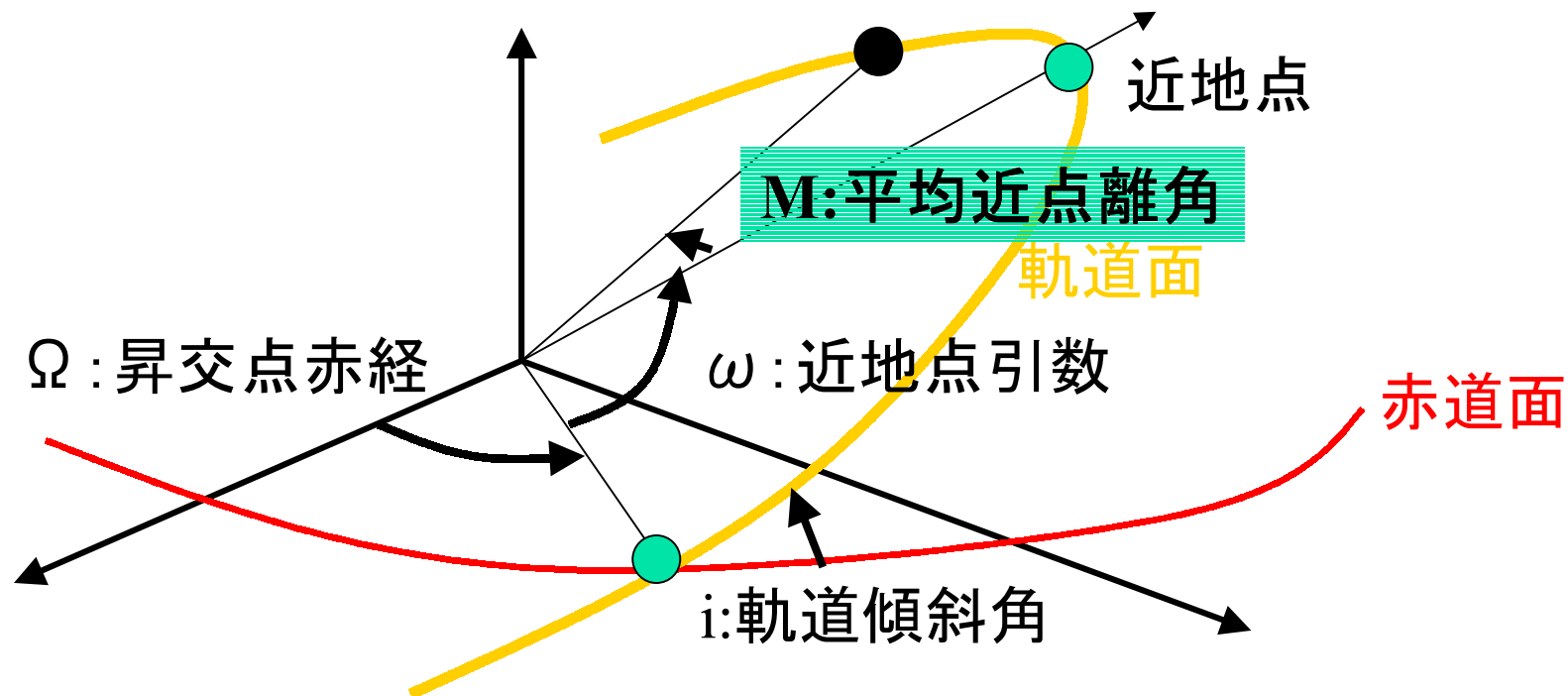
軌道面内での楕円の向き決定 (1個)

- 近地点引数: 軌道面内の楕円の長軸の向き



軌道面内の衛星位置決定(1個)

- 平均近点離角: ある時刻における衛星の軌道上の位置





6軌道要素 + α について

- 時間に比例して線形に変化する補正
 - 1) 昇交点赤経の変化率
 - 2) 軌道傾斜角の変化率
 - 3) 平均運動の補正
- sin波のように変化する補正
 - 1) 経度、軌道半径及び軌道傾斜角に対する補正 (ペアで) $C_C \cos(2\Phi) + C_S \sin(2\Phi)$
 Φ は経度情報



以上をまとめると

t_{0e} : エフェメリスの基準時刻

\sqrt{a} : 地球長半径のルート

e : 離心率

i_0 : 基準時刻における軌道傾斜角

Ω_0 : GPS週の初めにおける昇交点赤経

ω : 近地点引数

M_0 : 平均近点離角

Δn : 平均運動の補正量

$(i - \dot{i})$: 軌道傾斜角の変化率

$(\Omega - \dot{\Omega})$: 昇交点赤経の変化率

C_{uc}, C_{us} : 経度を補正するためのペア

C_{rc}, C_{rs} : 軌道半径を補正するためのペア

C_{ic}, C_{is} : 軌道傾斜角を補正するためのペア

次にこのエフェメリスのパラメータを利用して実際にGPS衛星の位置を算出する方法をプログラムを見ながら行います。

プログラムの流れ(ここからVCと 並行)



- データの読み込み(変数への格納を含む)
- 衛星位置計算
- 電離層と対流圏の補正量算出
- 測位に使用する衛星の選択
- 単独測位
- 衛星の方位角算出



データの読み込み

- ICD-GPS-200のP67、68、69、87、96のフォーマットに基づいて、航法メッセージの1, 2, 3について抜き出す。
- それぞれのエフェメリス情報を変数に代入する。



衛星位置計算

- 読み込んだエフェメリス情報より、ICD-GPS-200のP98からP100に記載されている式に基づいて衛星の位置を計算する。
- 衛星の位置は、電波が発射されたGPS時刻に基づいて計算される。受信機側は電波を受信したGPS時刻に基づく。



衛星位置計算の注意点

- サブフレーム1に含まれているIODC、サブフレーム2、3に含まれているIODEの番号が一致していることを確認すること。
- アルマナックを用いる場合は、摂動を考慮する9つの係数がないものとして計算すればよい。



精密暦との差

- 国土地理院(IGSのサイト)の精密暦より入手した衛星位置とエフェメリスにより算出した衛星位置を比較
- 精密暦は、電波を発射したGPS時刻を基準に作成されているので、エフェメリスの計算では、電波を受信した時刻における衛星位置を求めるようにする。比較するGPS時刻を合わせる。

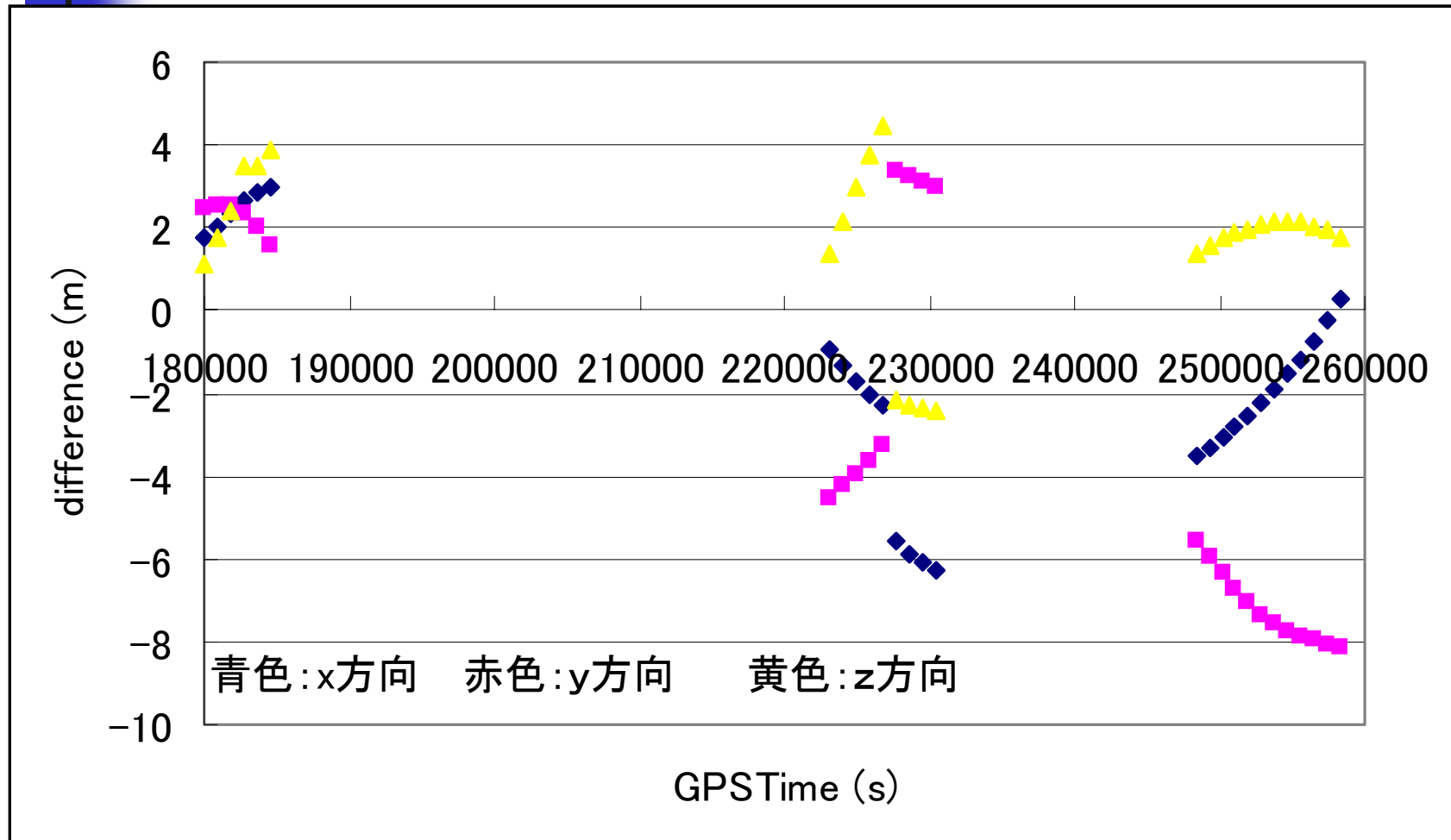
精密暦と比較する際に、実際のプログラムで考慮した部分

実際に変更した部分は以下の2箇所のみです。
これで正しく比較ができているのかわかりません。

```
//衛星電波発射時刻の予測  
//tt[prn] = GPSTIME - range[prn]/cs;  
//精密暦と比較する場合  
tt[prn] = GPSTIME;
```

```
//発射された電波が受信機のアンテナに届くまでに地球が回転する補正を行う  
//omegak[prn] = Ephe.omega0[prn] + (Ephe.domega0[prn] - omegae)*(tk[prn]+range[prn]/cs)-  
omegae*Ephe.toe[prn];  
  
//精密暦と比較する場合  
omegak[prn] = Ephe.omega0[prn] + (Ephe.domega0[prn] - omegae)*(tk[prn])-  
omegae*Ephe.toe[prn];
```

実際の差 (5番衛星が可視時)





プログラムの流れ

- データの読み込み(変数への格納を含む)
- 衛星位置計算
- **電離層と対流圏の補正量算出**
- 測位に使用する衛星の選択
- 単独測位
- 衛星の方位角算出



電離層の計算

- 2周波のデータを用いて解く方法と電離層のモデルを用いて解く方法がある。ただし、2周波のデータを用いて解く場合は、アンテナ、ケーブル、受信機の相関器を通過するL1とL2のコード位相の距離に差があることに注意しなければならない。この誤差はinterfrequency bias(IFB)と呼ばれている。2周波のデータを用いるほうが精度は高い。仰角に依存する。



2周波のデータを用いて解く場合

- 基本的にコードと搬送波位相のL1とL2のデータより下記の式を用いて算出する。

$$IP[prn]=1.54572*(P_L2[prn]-P_L1[prn]);$$

$$IL[prn]=1.54572*(C_L2[prn]-C_L1[prn]);$$

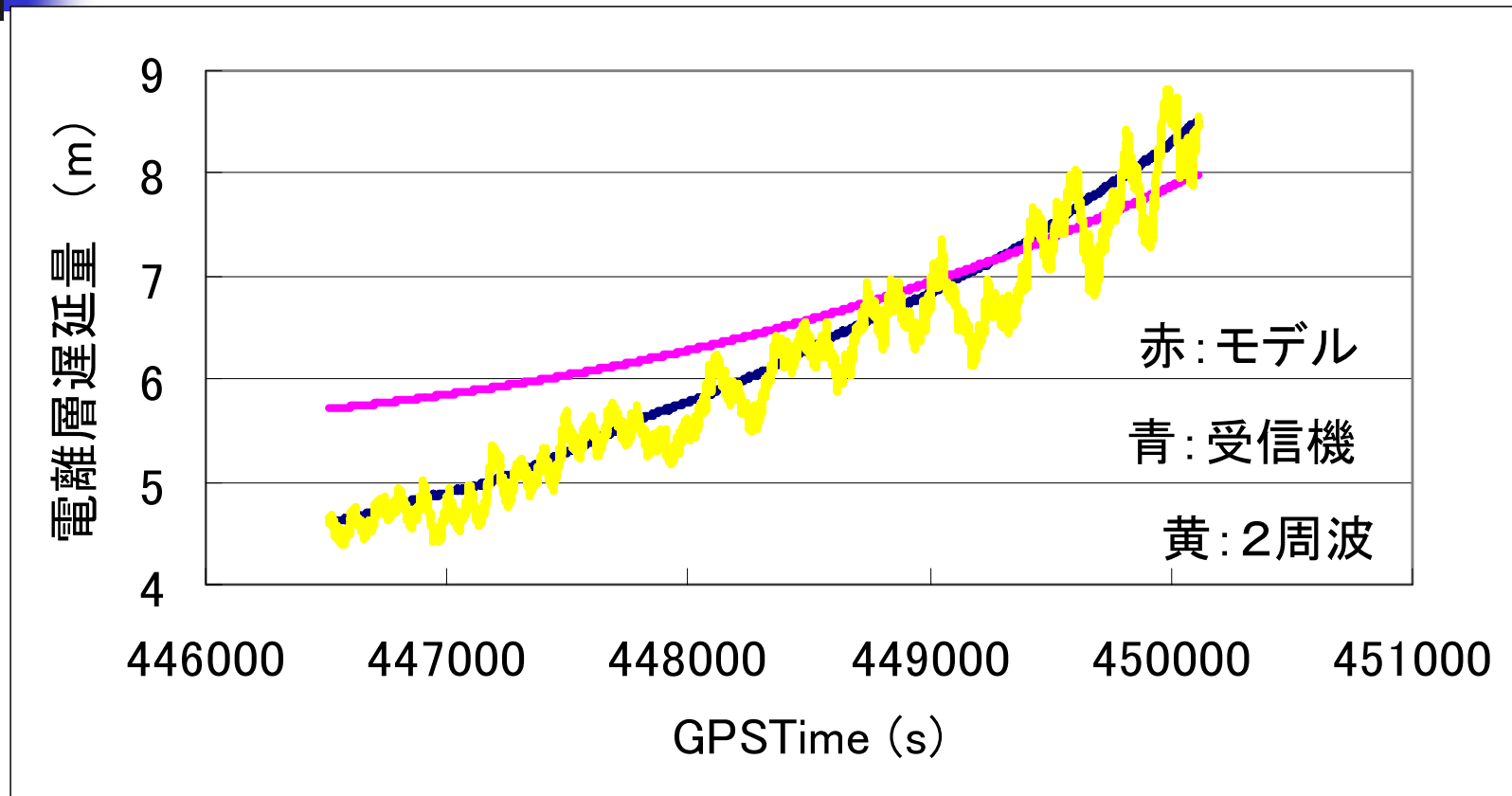
符号に注意。ILとして算出される電離層遅延量はバイアスをもつが、変動が正確なため、IPのデータのスムージングに用いる。IFBのバイアスが存在することも注意。



モデルの係数を利用する場合

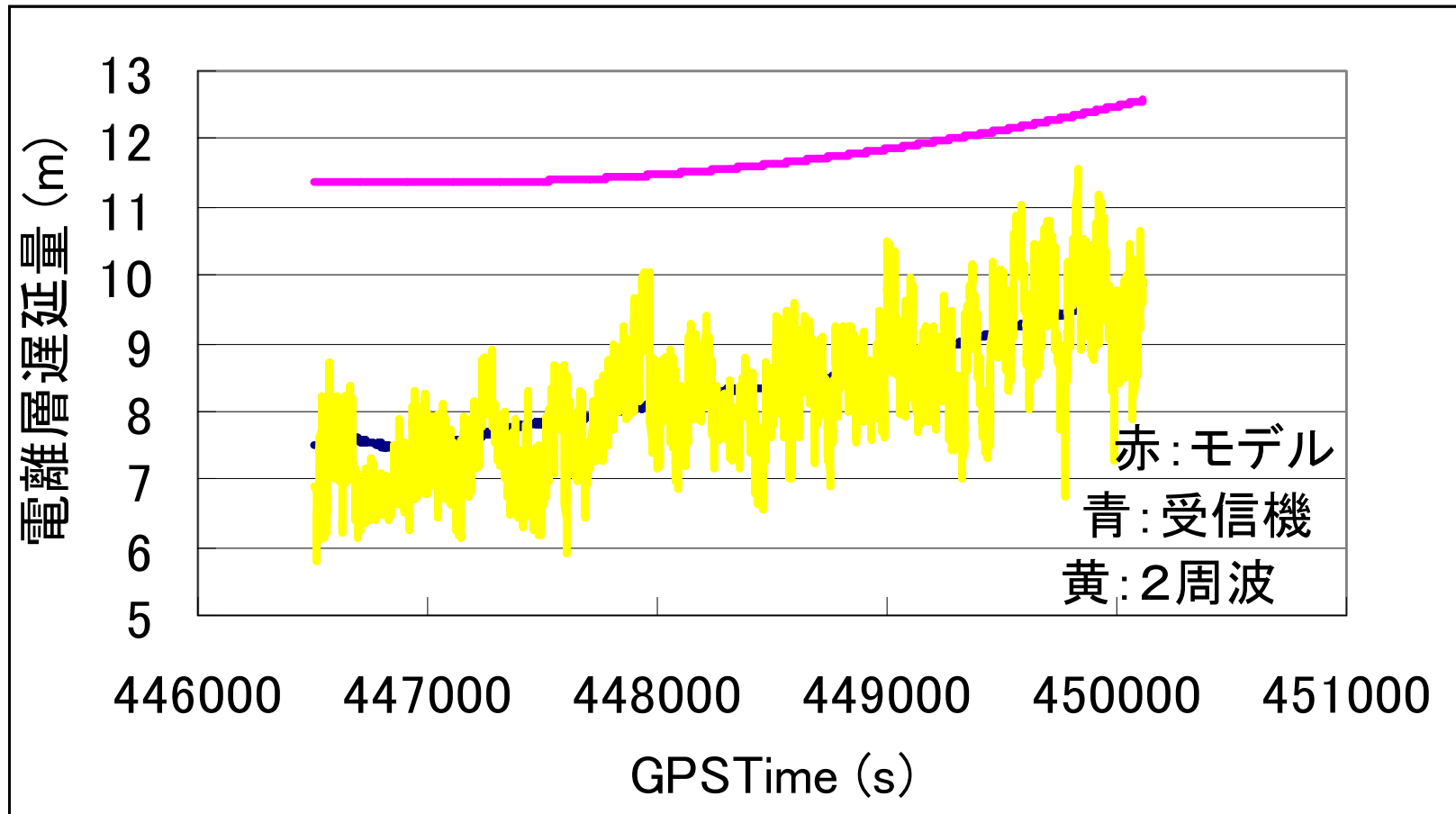
- 詳細は教科書参照
- 計算に際しては、単位等には十分気をつけなければならない。L1の情報のみしか出力されない受信機でも、補正できるという利点がある。モデル係数の精度は年々高められている。

2周波の場合とモデルの場合の比較(高仰角)



黄の結果にカルマンフィルターを利用すると青の結果になる

2周波の場合とモデルの場合の比較(低仰角)





対流圏遅延量の計算

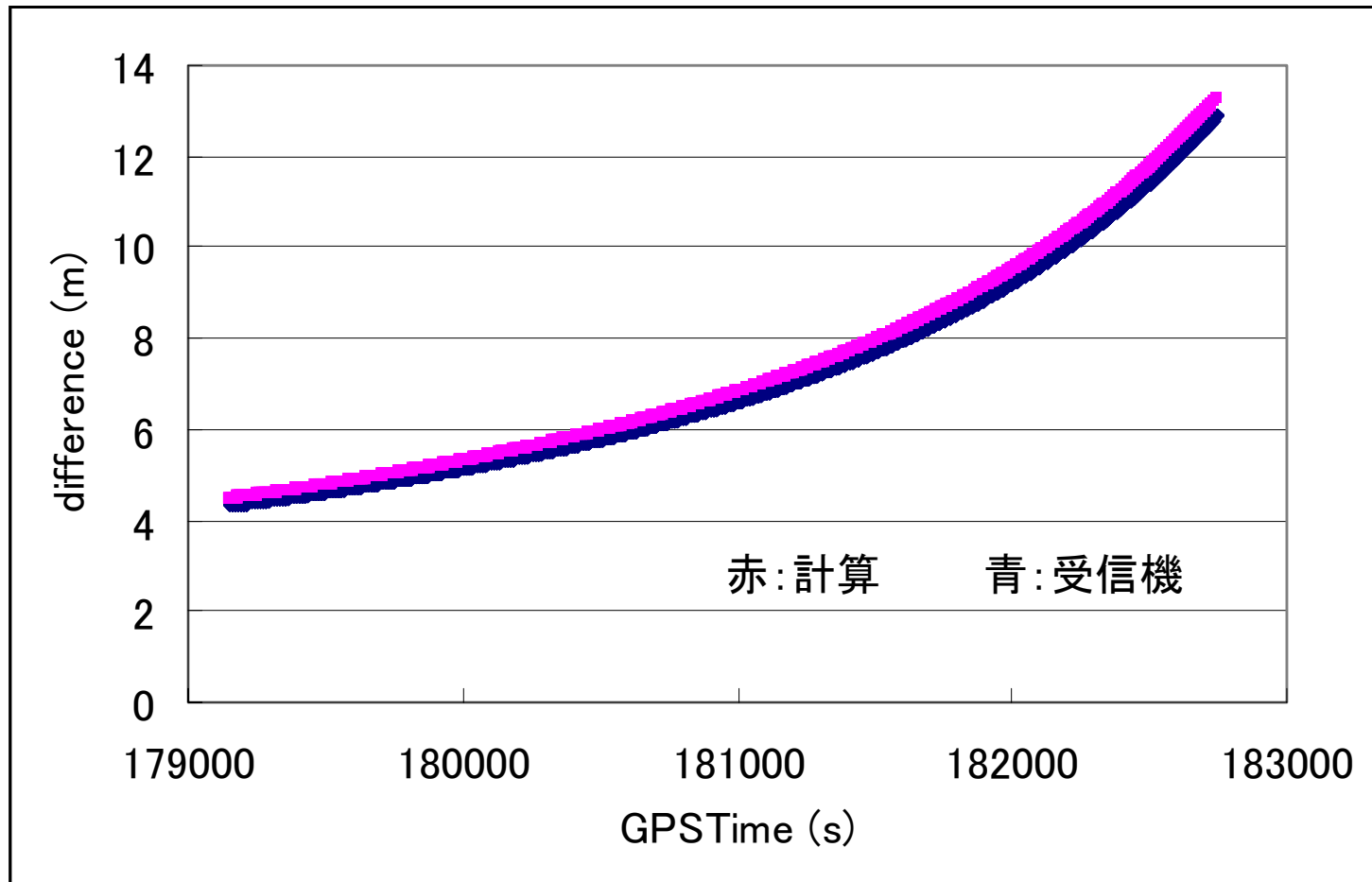
- 対流圏の遅延量を厳密に算出するにはリアルタイムの**水蒸気量(湿度)**、**温度**、**圧力**が必要となるが、それらの量を正確にリアルタイムに測定することは現実的ではない。ゆえに測定点における年間の平均値を利用して対流圏による遅延量を算出する。仰角に依存する。



実際の計算

- まず乾燥空気によるものと水蒸気による遅延量に分ける。
- 次に仰角による影響を考慮した係数をかける。
- 対流圏遅延量を求めるための圧力、温度、湿度等のモデルとしてはSaastamoinen-modelがよく知られている。

対流圏遅延量の受信機出力との差(5番衛星、1時間)





プログラムの流れ

- データの読み込み(変数への格納を含む)
- 衛星位置計算
- 電離層と対流圏の補正量算出
- 測位に使用する衛星の選択
- 単独測位
- 衛星の方位角算出



測位に使用する衛星の選択

- 測位計算に使用する衛星の選択。以下の値をチェックする。
 - 1) 受信機より出力されるステータス情報
 - 2) マスク角
 - 3) 信号強度
 - 4) その他(マルチパスやスムージング処理に関するもの)



プログラムの流れ

- データの読み込み(変数への格納を含む)
- 衛星位置計算
- 電離層と対流圏の補正量算出
- 測位に使用する衛星の選択
- **単独測位**
- 衛星の方位角算出



キャリアスムージングについて

- キャリアスムージングとは、精密だがアンビギュイティをもつ搬送波位相の差分値（時間）を、noiseをもつコード（擬似距離）にうまく利用することです。搬送波位相は擬似距離の時間変化分のより正確な値を提供してくれます。



スムージングの式

$$\bar{\rho}(t_i) = \frac{1}{M} \rho(t_i) + \frac{(M-1)}{M} \left[\bar{\rho}(t_{i-1}) + (\phi(t_i) - \phi(t_{i-1})) \right]$$

$$\bar{\rho}(t_i) = \rho(t_i)$$

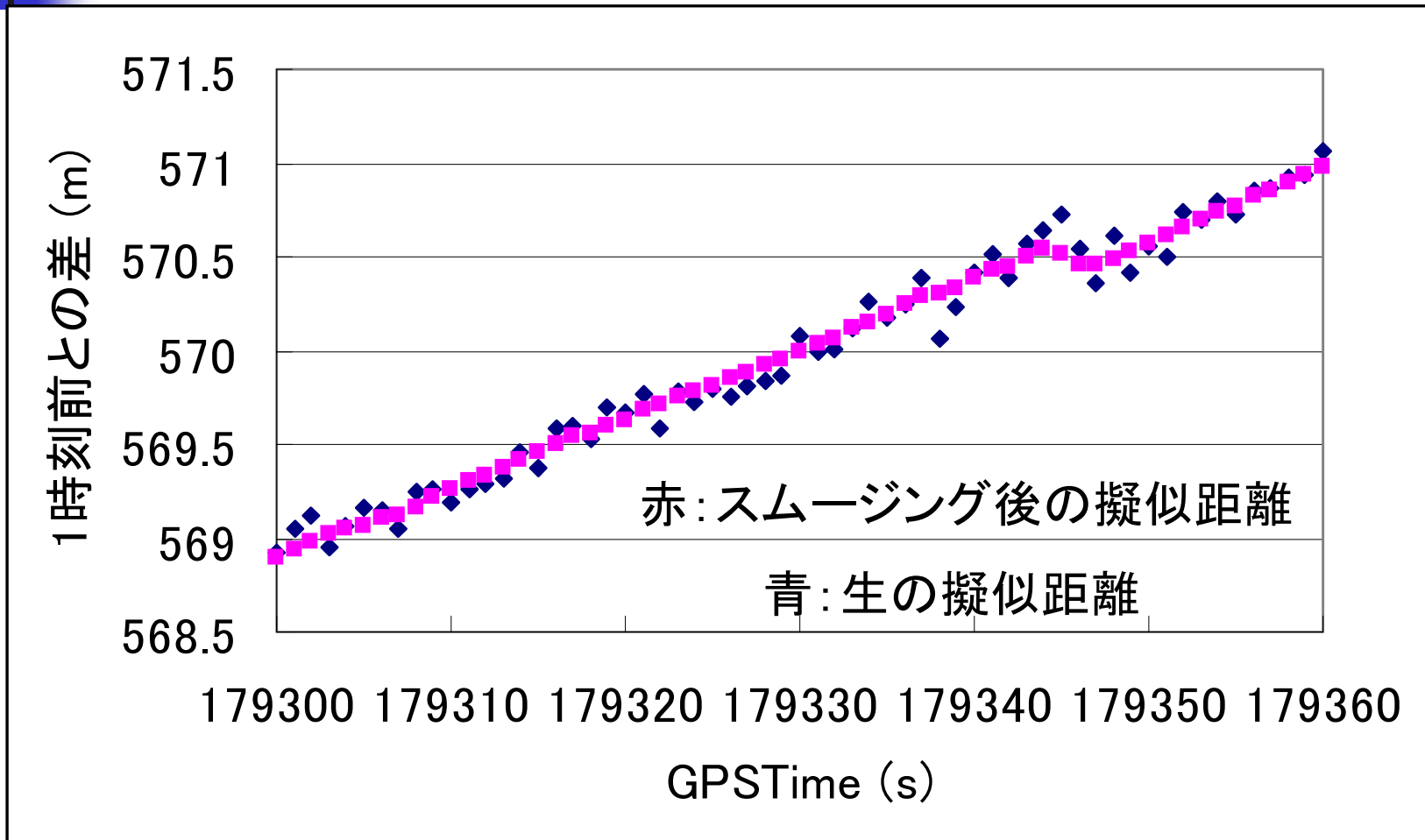
バー付きの ρ はスムージング後の擬似距離

M はスムージングの時間

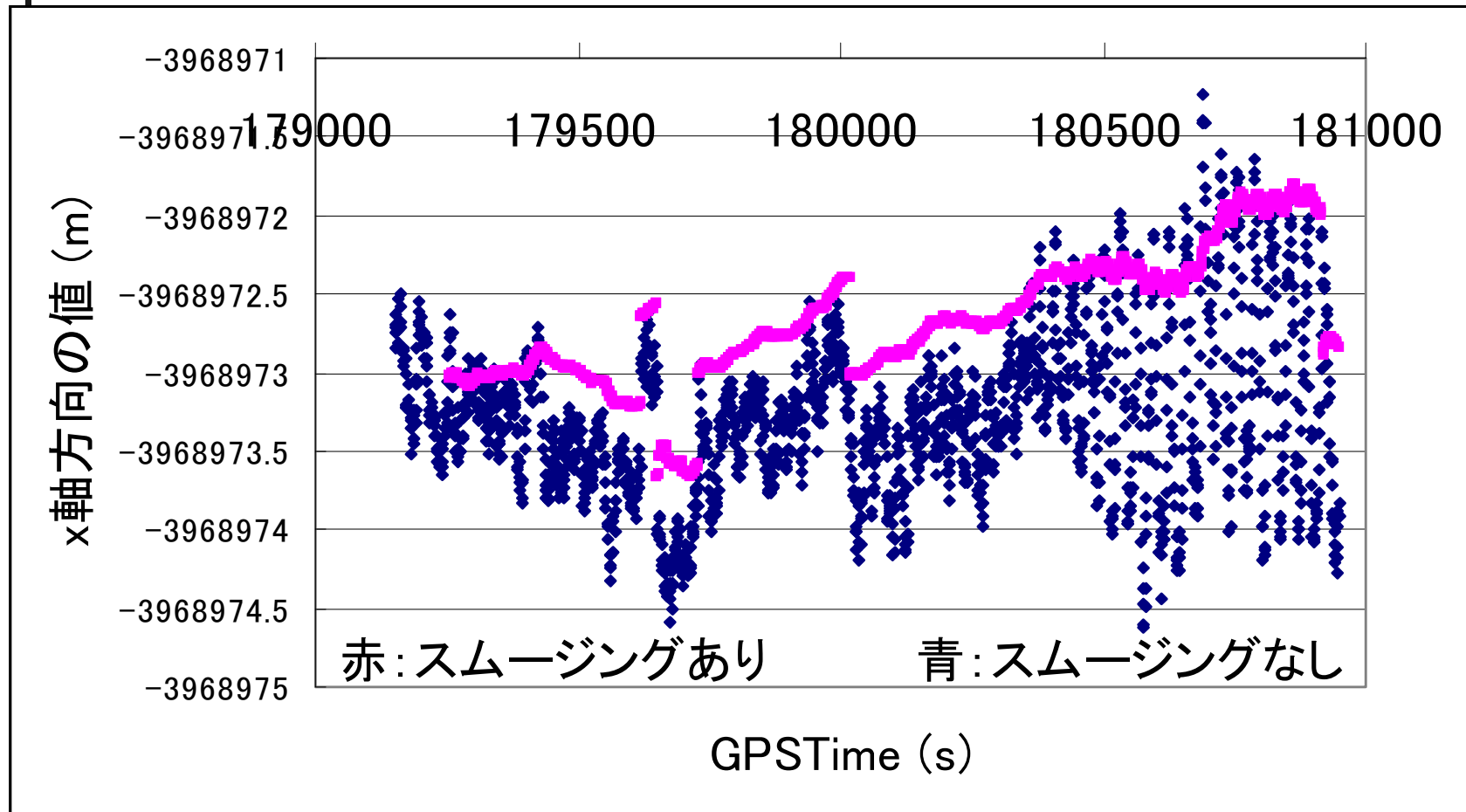
ϕ は搬送波位相

t と i は時間の経過を表す

スムージングによる効果(擬似距離自体)



スムージングによる効果(測位結果)

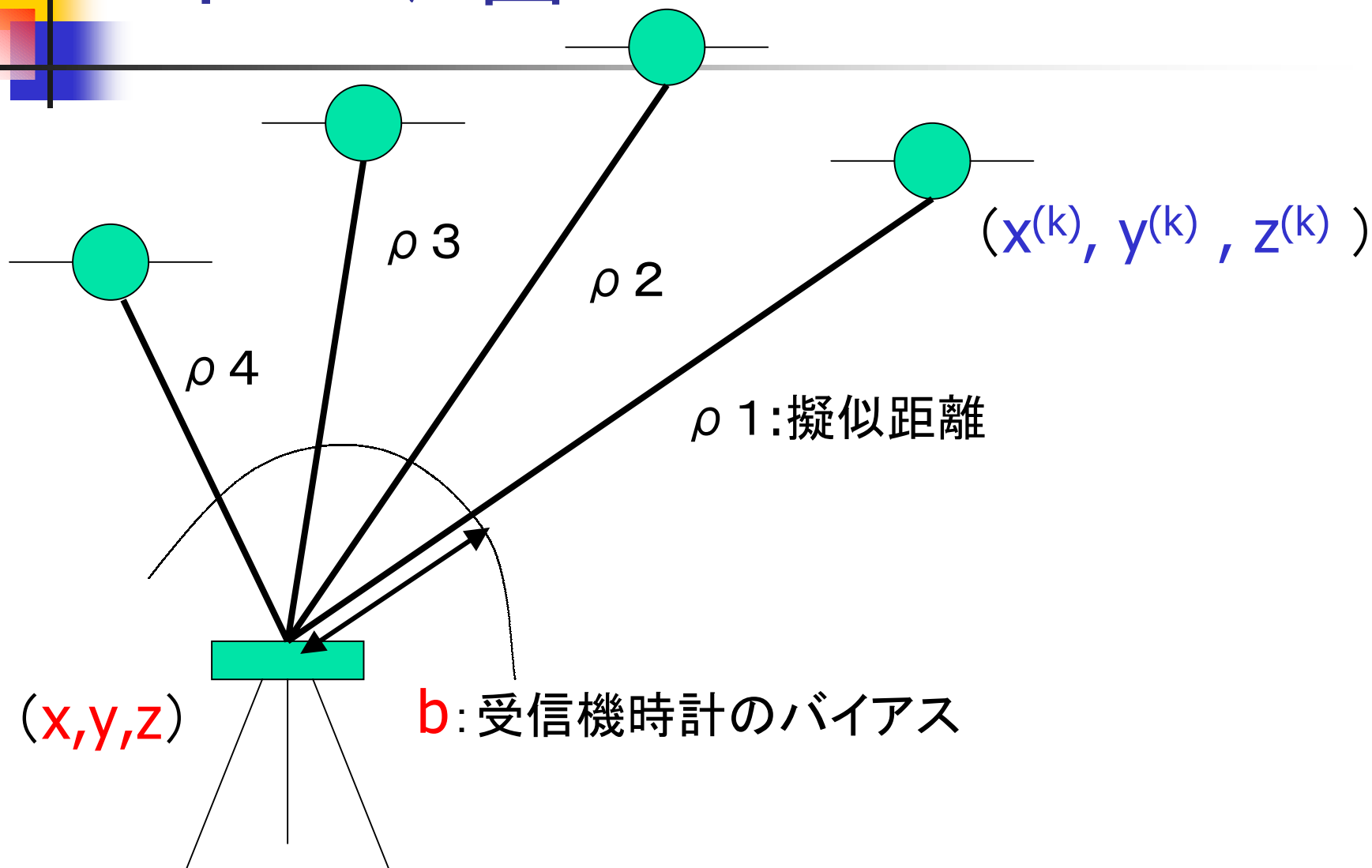




実際の単独測位計算

- GPS測位における自身の位置の予測は、各衛星からの擬似距離によって行われる。
- 未知なものは、受信機の時計のずれ及び自身の位置(x 、 y 、 z)の4つである。
- 作り出される方程式が非線形なので、**最小二乗法**で解く。
- 4つの未知数を解くには、最低4つの方程式(可視衛星)が必要となる。

イメージ図



擬似距離を用いた位置推定(式1)

$$\rho^{(k)}(t) = r^{(k)}(t, t - \tau) + c [\delta t_u(t) - \delta t^{(k)}(t - \tau)] + I^{(k)}(t) + T^{(k)}(t) + \varepsilon_{\rho}^{(k)}(t) \quad (1)$$

$r^{(k)}(t, t - \tau)$ は実際の衛星とアンテナ間の距離

$\delta t_u(t)$ は受信機時計誤差、 $\delta t^{(k)}(t - \tau)$ は衛星時計誤差

$I^{(k)}(t)$ は電離層遅延量、 $T^{(k)}(t)$ は対流圏遅延量

$\varepsilon_{\rho}^{(k)}(t)$ はモデリング誤差、受信機ノイズ、マルチパス)

ここで、電離層、対流圏遅延量はある程度補正可能。またキャリアスミージングでコードのノイズをある程度抑制。

つづき(式2, 3, 4)

$$\rho_c^{(k)} = r^{(k)} + c\delta t_u + \tilde{\varepsilon}_\rho^{(k)} \quad (2)$$

$\rho_c^{(k)}$ は衛星時計誤差と各種誤差を考慮

$\tilde{\varepsilon}_\rho^{(k)}$ は残りの誤差 $\tilde{\varepsilon}_\rho^{(k)}$

$$r^{(k)} = \sqrt{(x^{(k)} - x)^2 + (y^{(k)} - y)^2 + (z^{(k)} - z)^2} = \|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}\|$$

$$\rho_c^{(k)} = \|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}\| + b + \tilde{\varepsilon}_\rho^{(k)} \quad (3)$$

$$\mathbf{x}^{(k)} = \begin{bmatrix} \cos \omega_E \tau & \sin \omega_E \tau & 0 \\ -\sin \omega_E \tau & \cos \omega_E \tau & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}^{(k)} \quad (4)$$

$\tilde{\mathbf{x}}^{(k)}$ は電波発射時のECEF座標系における衛星位置

$\mathbf{x}^{(k)}$ は伝搬時間(受信時)を考慮したECEF座標系における衛星位置

ω_E は地球の回転速度率

式1を計算に備えて
簡略化している

電波が伝搬している
間に地球が回転する
効果を考慮



つづき(式5, 6, 7)

ここから最小二乗法
のための線形化

$$\rho_0^{(k)} = \|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}_0\| + b_0 \quad (5)$$

\mathbf{x}_0 は初期位置、 b_0 は初期受信機時計誤差

$\rho_0^{(k)}$ はそのときの擬似距離

$$\delta\rho^{(k)} = \rho_c^{(k)} - \rho_0^{(k)} \quad \text{ここで } \mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \delta\mathbf{x}, b = b_0 + \delta b \text{ を仮定}$$

$$\begin{aligned} &= \|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}_0 - \delta\mathbf{x}\| - \|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}_0\| + (b - b_0) + \tilde{\varepsilon}_\rho^{(k)} \\ &\approx \frac{(\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}_0)}{\|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}_0\|} \delta\mathbf{x} + \delta b + \tilde{\varepsilon}_\rho^{(k)} \end{aligned} \quad (6)$$

$$= -\mathbf{1}^{(k)} \delta\mathbf{x} + \delta b + \tilde{\varepsilon}_\rho^{(k)}$$

$$-\mathbf{1}^{(k)} = \frac{1}{\|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}_0\|} (x^{(k)} - x_0, y^{(k)} - y_0, z^{(k)} - z_0)^T \quad (7)$$

つづき(式8, 9, 10, 11, 12)

$$\delta \rho = \begin{bmatrix} \delta \rho^{(1)} \\ \delta \rho^{(2)} \\ \vdots \\ \delta \rho^{(K)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-\mathbf{I}^{(1)})^T & 1 \\ (-\mathbf{I}^{(2)})^T & 1 \\ \vdots & \vdots \\ (-\mathbf{I}^{(K)})^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{x} \\ \delta b \end{bmatrix} + \tilde{\varepsilon}_\rho \quad (8)$$

Gは観測行列
DOPの計算で使用

$$\delta \rho = \mathbf{G} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{x} \\ \delta b \end{bmatrix} + \tilde{\varepsilon}_\rho \quad (9)$$

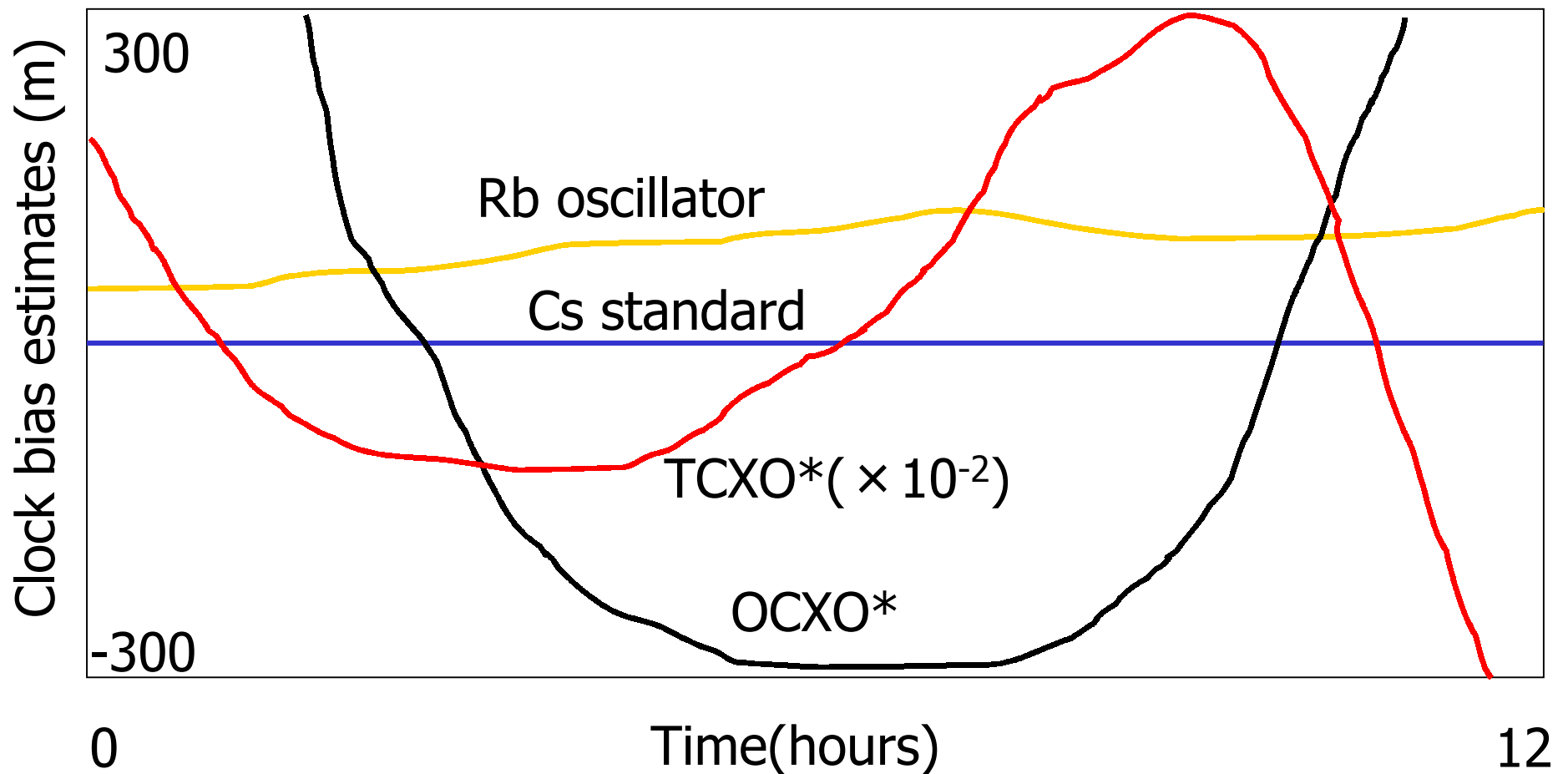
$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} (-\mathbf{I}^{(1)})^T & 1 \\ (-\mathbf{I}^{(2)})^T & 1 \\ \vdots & \vdots \\ (-\mathbf{I}^{(K)})^T & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

最低4つの衛星が必要だが、
4つの衛星の仰角が全て
同じような値になるとGの
ランクが1つ下がってしまい
計算が発散する可能性が
ないとは言えない

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{x} \\ \delta b \end{bmatrix} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \delta \rho \quad (11, 12) \quad \hat{x} = \mathbf{x}_0 + \delta \hat{\mathbf{x}}, \hat{b} = b_0 + \delta \hat{b}$$

残差が十分に小さくなる
まで繰り返される(数回)

様々な種類のクロックの安定性



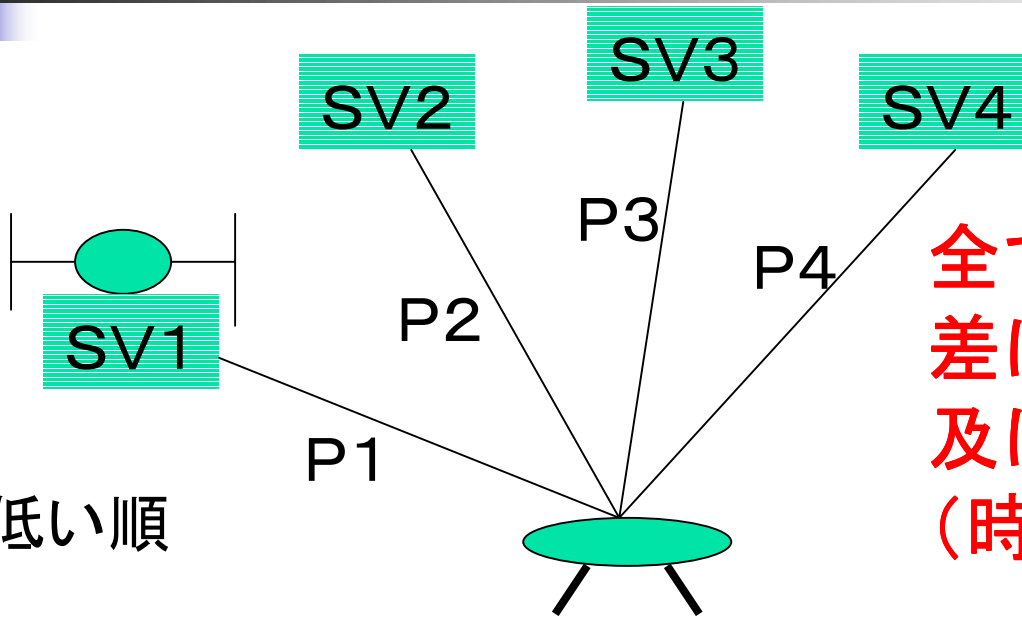


TCXO*について

- 通常のGPS受信機に用いられている時計はTCXO*である。さきほどの図より1秒間に200m程度ずれることがわかる。ゆえに受信機の中でフリーに動かしたままにすると1時間で時計の誤差だけで数100kmずれていることになる。ただし、単独測位において**時計の誤差を推定している**ので問題はない。受信機によっては、GPS時刻にできるかぎり連続的に追従するようなジッターを持つものもある。

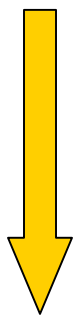
測位計算の補足

衛星時計誤差
は擬似距離に
含まれている
ものとする




全ての衛星に等しい誤差は測位計算に影響を及ぼさないことに注意
(時計誤差等)

仰角の低い順



左から、受信機時計、電離層、対流圏、マルチパス、擬似距離



最小二乗法において重みを考慮する場合

- 今までの測位計算では、全ての衛星からの測定距離が全て同じ品質（同じような誤差を含んでいる）と仮定しているが、実際にはそのようなことはない。それは特に衛星の仰角によって測定誤差が異なる等の問題による。そこで各衛星からの擬似距離の標準偏差値等を重みとして測位計算に反映させる方法がある。



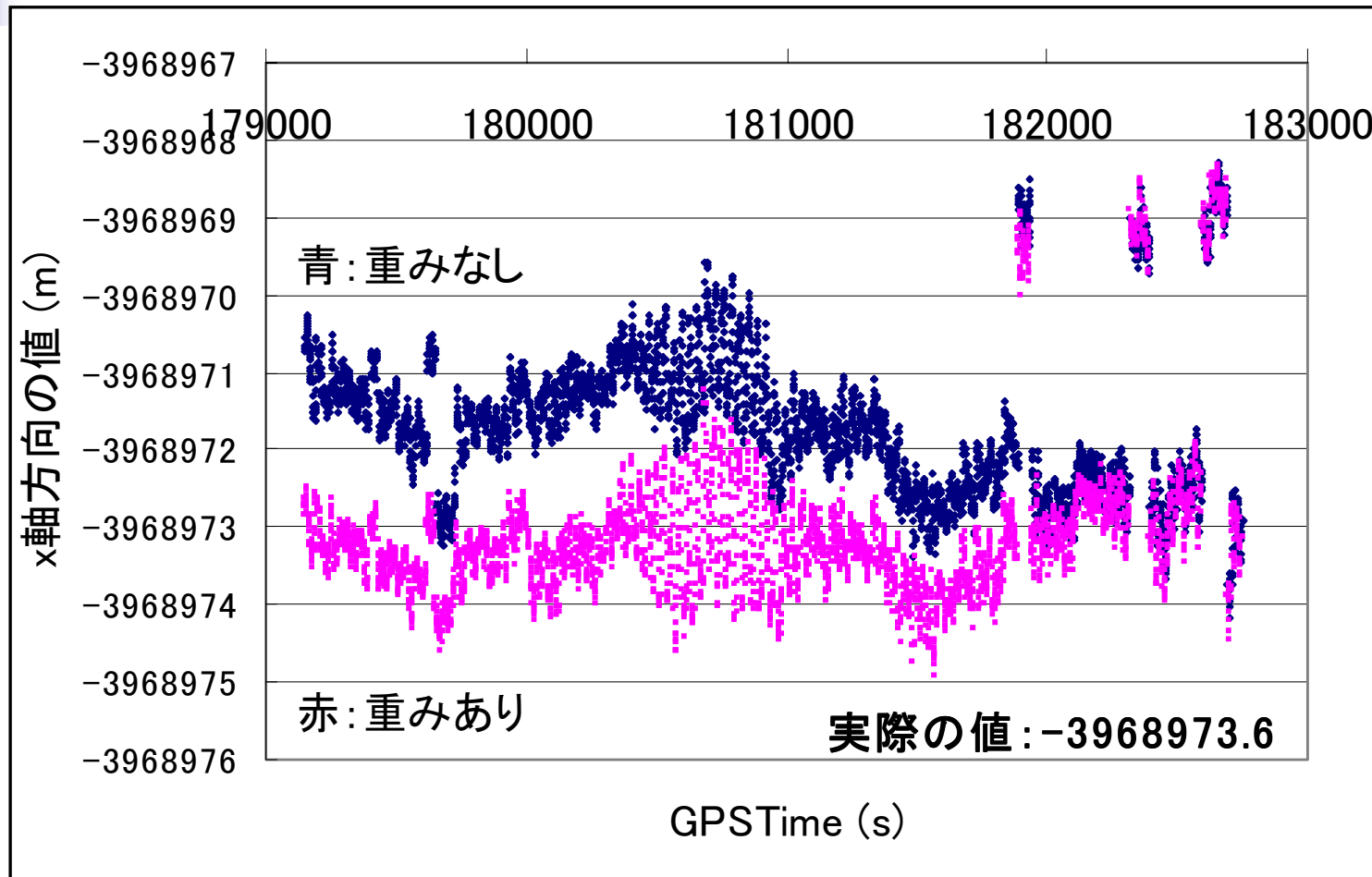
重みを考慮した式11

$$\begin{bmatrix} \delta \hat{\mathbf{x}} \\ \delta \hat{\mathbf{b}} \end{bmatrix} = (\mathbf{G}^T \mathbf{W} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{W} \delta \rho$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1/\sigma_1^2 & & & \\ & 1/\sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1/\sigma_K^2 \end{bmatrix}$$

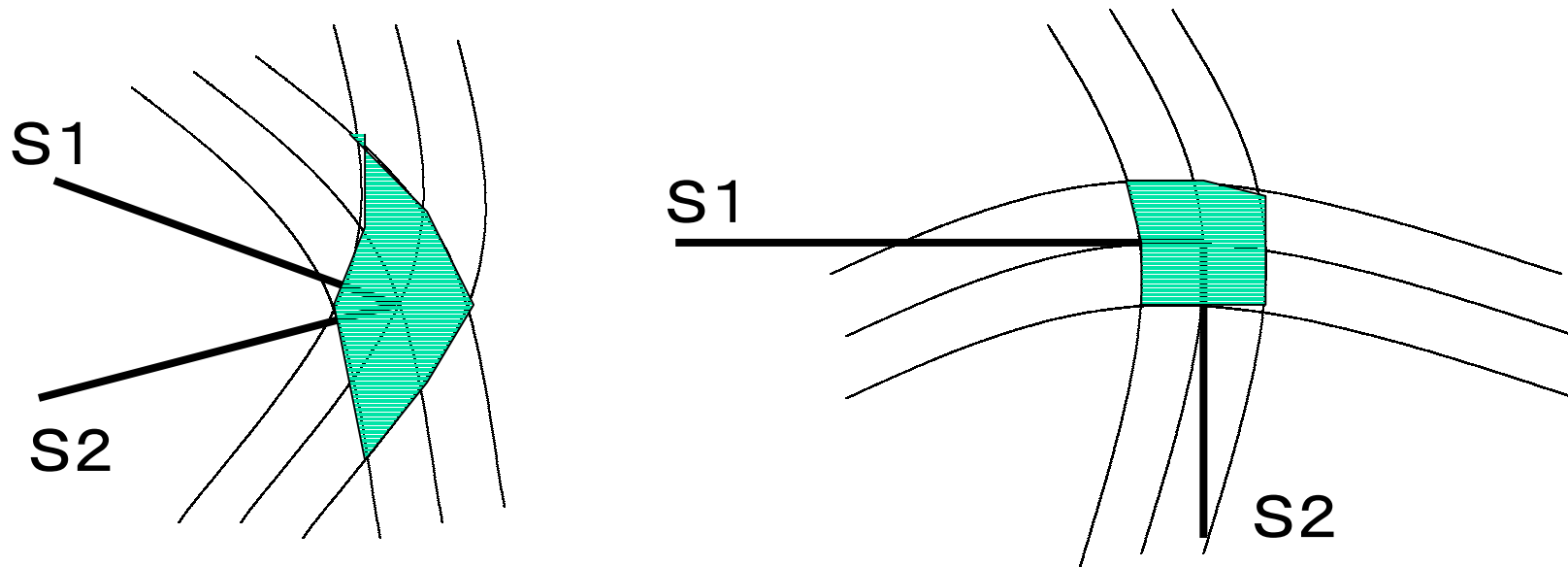
$\sigma_i (i=1,2,\dots,K)$ は各衛星の擬似距離の重み

重みを考慮した場合としない場合の測位結果



DOPについて

- 衛星からアンテナまでの距離が正確であれば自身の位置を正確に算出できる。しかし、誤差を含む場合は衛星の配置によってその精度への影響が異なる。



DOPの計算

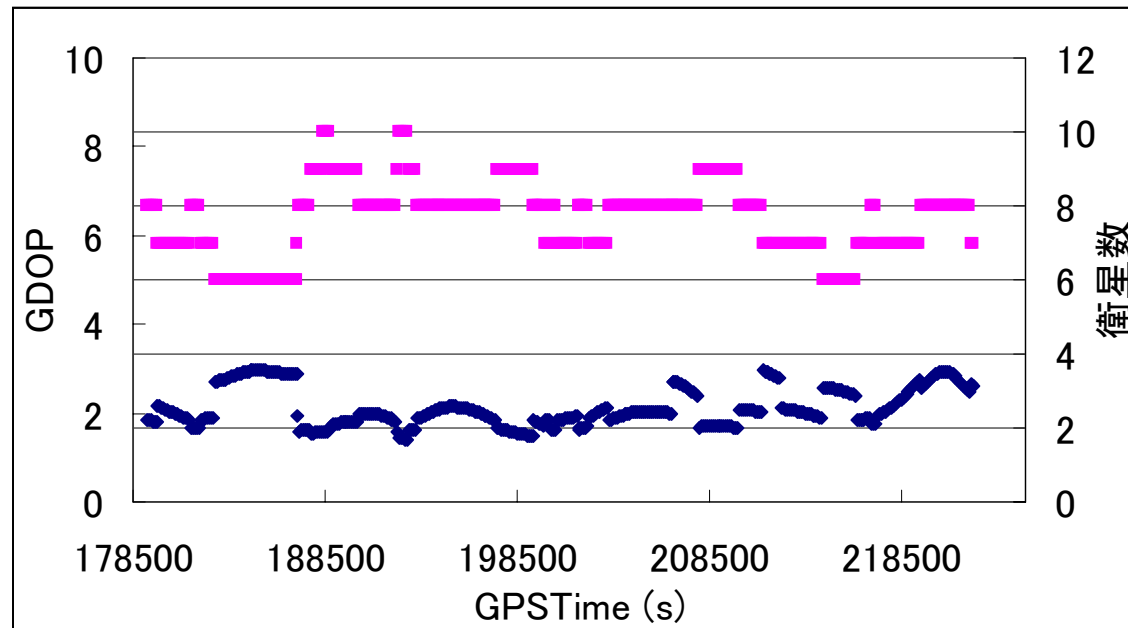
$$\mathbf{H} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1}$$

$$GDOP = \sqrt{H_{11} + H_{22} + H_{33} + H_{44}}$$

$$PDOP = \sqrt{H_{11} + H_{22} + H_{33}}$$

$$TDOP = \sqrt{H_{44}}$$

Gは単独測位計算で
使用した観測ベクトル



マスク10度
高専屋上



各衛星の仰角、方位角の計算

- 測位地点の天頂方向にZ軸を持ち東の方向にX軸を持つ地平直交座標系で、各衛星の位置を再度算出(変換式は教科書参照)
- 地平直交座標系で算出された各衛星の値を用いて、仰角、方位角を算出。単独測位の精度でも、仰角にすると少数第2位程度なら十分誤差の範囲内。



DGPSについて

- DGPSは基本的に**単独測位**ができれば簡単に実行できる。
- DGPS測位における基本的な考え方は、**衛星時計誤差、エフェメリス誤差、電離層及び対流圏遅延誤差**が数10km程度離れた地点(基準局と移動局)においても**ほぼ同じ値**であることを利用することにある。



実際のDGPS測位の流れ

- 基準局アンテナの精密位置を何らかの方法で求める。
- 基準局側データで**単独測位**を行い、そこから算出された各衛星の擬似距離と実際の真の距離との差(補正值)を算出
- 移動局側では、基準局側で算出された各衛星の補正值(基準局側から伝送する必要あり)を、擬似距離に足しこんでそのまま**単独測位**を行う

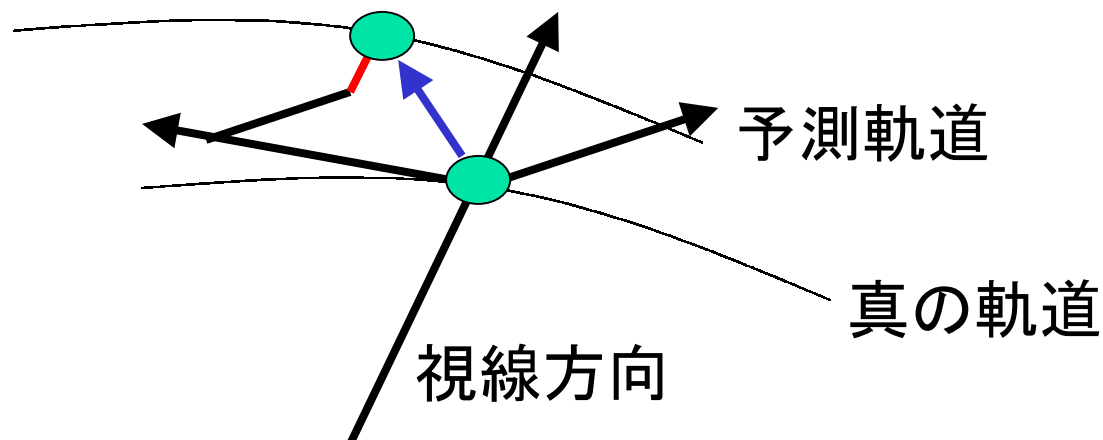


衛星時計誤差モデルの限界

- 観測する衛星の時計は完全に同期していない。これは航法メッセージの中にある時計の補正係数(時計のゆるやかな変化を2次係数まで利用して補正)で2m以内まで補正される。
- DGPSでは完全に除去される。

エフェメリスによる予測の限界

- エフェメリスは約2時間ごとに更新されており、その誤差は最大で10m程度である。
- 注意すべき点は、測位に影響を与える誤差は視線方向の誤差のみであることである。またDGPSではほとんど除去される。





電離層遅延による誤差

- 電離層遅延はGPS電波が通過した全電子密度による。天頂方向で約2-10m。仰角に応じて係数をかける(30度で1.8、5度で3)。
- 電離層モデルで1-5m程度に削減。2周波のデータで1m程度に削減。DGPSでは100km離れても0.2m程度までだが、活発なときは1mを超える報告も。



対流圏遅延による誤差

- 対流圏遅延はGPS電波が通過した乾燥空気及び水蒸気により起こる。海面レベルで天頂方向に約2.5m。電離層と同様仰角に応じて係数を掛ける(30度で2、15度で4、5度で10)。モデルで0.5m程度まで削減。
- DGPSでは0.2m程度まで削減されるが、2地点の気象条件(水蒸気量)や高度が大きく異なる場合はそれ以上になる。



マルチパスと受信機ノイズ による誤差

- これらの誤差はサイト固有に起こるものなのでD GPS等で削減不可能。ゆえに注意深いサイト選定とマルチパス除去機能をもつアンテナ及び受信機が求められる。
- マルチパスの誤差はコードで0.5-1.0m程度、搬送波で0.5-1cm程度。受信機ノイズはコードで0.25-0.5m程度、搬送波で1-2mm程度(アンテナ周囲が開けている環境で)。



速度の推定について

- 搬送波位相情報より得られるある時刻間の距離差は衛星に対するユーザ側の視線方向の速度に比例する。

$$\begin{aligned}\dot{\rho}^{(k)} &= \dot{r}^{(k)} + (\dot{b} - \dot{b}^{(k)}) + \dot{I}^{(k)} + \dot{T}^{(k)} \\ &= (\mathbf{v}^{(k)} - \mathbf{v}) \cdot \mathbf{I}^{(k)} + \dot{b} + \varepsilon_{\dot{\phi}}^{(k)}\end{aligned}$$

$\mathbf{v}^{(k)}$ は衛星の速度で、軌道暦より計算可能

\mathbf{v} はユーザの速度

\mathbf{I} はユーザと衛星間の視線方向単位ベクトル

\dot{b} は受信機時計のバイアス変化率

$\varepsilon_{\dot{\phi}}^{(k)}$ は電離層や対流圏、衛星時計の変化による誤差



つづき

- 1990年代は上式の主な誤差要因はSAによる衛星時計の誤差であった。SA廃止後の誤差要因は電離層等であるが、一般的に小さい。ただしユーザの運動が極めて大きい場合(加速度等)は問題になる。それは距離差は一定時間間隔の平均速度を示すからである。



つづき

さきほどの式を解こうとすると以下のようなになる。

$$\left(\dot{\rho}^{(k)} - \mathbf{v}^{(k)} \cdot \mathbf{l}^{(k)} \right) = -\mathbf{l}^{(k)} \cdot \mathbf{v} + \dot{b} + \varepsilon_{\dot{\phi}}^{(k)}$$

$$\tilde{\dot{\rho}} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \dot{b} \end{bmatrix} + \tilde{\varepsilon}_{\dot{\phi}}$$

Gは測位計算においても使用した観測行列であり、基本的に解法も測位計算のときと同様に最小二乗法で解ける。